CLASA a V-a

Probleme de sinteză

P.S.V.2084. Să se simplifice fracțiile până obțineți fracții ireductibile:

a) $\frac{20}{25};\frac{176}{132};\frac{2^4\cdot3^3\cdot5}{3^4\cdot2^4\cdot7};$ **b)** $\frac{8+14}{11};\frac{5+2}{14};\frac{42-12}{20};$

c) $\frac{3+6+9+...+300}{4+8+12+...+400};\ \frac{4343}{5353}$.

P.S.V.2085. Să se determine n∈**N** astfel încât fracțiile următoare să reprezinte numere naturale:

a) $\frac{10}{n-2}$; **b)** $\frac{5}{n+1}$.

P.S.V.2086. Să se arate că fracția $\frac{4}{2n+3}$ este ireductibilă oricare ar fi numărul natural n.

P.S.V.2087. Să se determine numerele de forma $\overline{xy}$ astfel încât: **a)** $\frac{x+y}{\overline{xy}}=\frac{1}{5}$; **b)** $\frac{x}{\overline{xy}}=\frac{1}{11}$.

P.S.V.2088. Să se arate că $\frac{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}{a+b+c}\in$**N**.

P.S.V.2089. Scrieți sub formă de fracție zecimală: **a)** $\frac{23}{10};\frac{343}{1000};\frac{459}{10^2};\frac{8473}{10^3}$; **b)** $\frac{3}{4};\frac{5}{2};\frac{4}{25};\frac{7}{16};\frac{6}{15}$.

P.S.V.2090. Determinați: $\overline{1,2x}+\overline{1,3x}+\overline{1,4x}=4,05$.

P.S.V.2091. Determinați cifrele x, y ştiind că: $\overline{x,y}+\overline{y,x}=5,5$

P.S.V.2092. Calculați: **a)** 1,6+(0,7:0,07–0,35·2); **b)** $3\cdot(0,5)^2\cdot[0,5\cdot20-8,5:(0,5^2+0,56:0,14)]$

P.S.V.2093. Să se detrmine x din:

a) x+2,45=6,3; **b)** x–0,31=1,427; **c)** 2,3–x=0,538;

d) 3,2·x=22,4; **d)** x:5,6=4,25,

P.S.V.2094. Rezolvați ecuația: 2,4·{x–[1,8·2–2,9:(3,1+0,54:0,2)]}=12.

P.S.V.2095. Media aritmetică a trei numere este 11,4. Aflați numerele ştiind că primul este de 1,5 ori mai mare decât al doilea, iar al treilea este cu 3,4 mai mare decât al doilea.

P.S.V.2096. Suma a două numere este 14,75, iar diferența lor este 4,25. Aflați cele două numere.

P.S.V.2097. Transformați:

a) 2,347 hm=… m; **b)** 1034 cm=…dam **c)** $0,785dam^2=…dm^2$;

d) $756,5\ cm^2=…m^2$; **e)** $0,72\ m^3=…dm^3$; **f)** 2,45 kl=…dal.

P.S.V.2098. Calculați:

a) 5,6 m+0,2dam+2,36dm=…dm; **b)** $0,324\ hm^2-163\ m^2=…dam^2$;

c) $2,1\ ha-5627\ m^2=…ha$; **d)** $0,42\ m^3-356dm^3=…m^3$.

P.S.V.2099. Claculați:

a) 15,24dal+43,5 l=….dl; **b)** 0,00075t+1,42q+200kg=…kg **c)** 4h15min–2h4min+3h47min=.

P.S.V.2100. Să se calculeze dimensiunile unui dreptunghi ştiind că perimetrul este de 16,24dm, iar diferența între lungime şi lățime este 1dm.

P.S.V.2101. O baie în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 4,25m şi 3,12m este placată cu gresie. Câte plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 25cm sunt necesare pentru a acoperi podeaua?

P.S.V.2102. Să se afle câți litri de apă încap într-un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 75cm, 45 cm şi 52c m.

P.S.V.2103. O societate comercială de brânzeturi consumă zilnic 31500 l lapte pentru prepararea unui sortiment de brânză, folosind 1,05 l lapte pentru un pachet de brânză care cântăreşte 125g. Câte pachete de brânză se prepară într-o lună (30 zile)? Câte drumuri face un autocamion de 5t pentru a transporta brânza la magazin?

Rubrică realizată de Aurel Pancu, prof. Craiova

Probleme propuse*

P.P.V.1229. Arătați că numărul $A=(10\cdot2^{2008}-2^{2009}):32^{401}$ este pătrat perfect şi cub perfect

Constantin Costache , prof. Feteşti

P.P.V.1230. Aflați ultimele două cifre ale numărului natural $n=8+8^2+8^3+…+8^{2008}+5^{2009}$.

Ion Văcălău, prof. Feteşti

P.P.V.1231. Aflați cel mai mic număr natural n pentru care toate fracțiile: $\frac{5}{n+11};\frac{6}{n+12};\frac{7}{n+13};\frac{8}{n+14};\frac{9}{n+15};\frac{10}{n+16}$ sunt ireductibile

Nicolae Halmagiu, prof. Feteşti

P.P.V.1232. Să se afle numerele naturale n, prime, mai mici decât 20 pentru care fracția $\frac{23n+61}{29n-61}$ se simplifică cu 13.

Nicoleta Cruceru, prof. Craiova

* Se primesc soluții la probleme propuse până la data de 15.09.2009. Nu se primesc soluții la P.S.

P.P.V.1233. Dacă cifrele a şi b satisfac relaţia $a+ab^2=70$, atunci numerele $\overline{ab}$ şi răsturnatele lor sunt numere prime.
Ştefan Ţifui, prof. Grinţieş, Neamţ

P.P.V.1234. Aflaţi al 100-lea termen al şirului 1; 7; 13; 19; ….., şi suma primilor 100 de termeni.
Gh.Paicu, prof. Motru

P.P.V.1235. Calculaţi ultima cifră a numărului $Y=2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{99}$. ***Ioana Mazilu, prof. Urziceni***

P.P.V.1236. Arătaţi că numărul: $A=2(1+2+3+\ldots+2009)\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{2009\cdot 2010}\right)$ este pătrat perfect.
Ramona Bălăşoiu, prof. Craiova

P.P.V.1237. Determinaţi cel mai mare număr natural care divide numărul $5n^2+12n+3$ şi $n+2$. Determinaţi cel mai mic număr natural $n\in\mathbf{N}$ astfel încât să fie îndeplinite aceste condiţii.. ***Ion Bădoiu, prof. Turnu Măgurele***

P.P.V.1238. Să se demonstreze că numărul $1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{2009}$ se divide cu 31. ***Cristian Dinu, prof. Craiova***

P.P.V.1239. Să se arate că numărul: $N= 3+3^2+3^3+3^4+\ldots+3^{2008}$ se divide cu 40. ***Ilie Rădulescu, prof. Craiova***

P.P.V.1240. Determinaţi numerele naturale $n\geq 2$ astfel încât: $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{(n-1)\cdot n}+\frac{1}{n(n+1)}<\frac{2008}{2009}$.
Doina şi Mircea Mario Stoica, prof. Arad

P.P.V.1241. Arătaţi că $S=1+2+2^2+\ldots+2^{2009}$ se divide cu 651. ***Teodora Papoe, prof. Filiaşi***

P.P.V.1242. Să se determine numerele $\overline{xyz}$ scrise în baza 10 ştiind că: $7^x+7^y+7^z=393$.
Ionela Popescu şi Alexander Alaa Safadi, prof. Câmpulung-Muscel

P.P.V.1243. Arătaţi că numărul $a=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 105}{2^{101}}$ este natural. ***Maria Căpăţână, prof. Craiova***

P.P.V.1244. Să se afle numărul n din egalitatea: $5^{n^2-16}-5=4\left(5+5^2+5^3+\ldots+5^{2008}\right)$. ***Aurel Pancu, prof. Craiova***

P.P.V.1245. Ce număr şterge Paul din 10 numere naturale consecutive scrise pe tablă, dacă suma celor rămase este 2006?. ***Daniela Nicoleta Mărinică, prof. Ghercești***

P.P.V.1246. Suma a două numere naturale m şi n este un număr impar p. Aflaţi p ştiind că fiecare dintre cele două numere este mai mare decât 7 şi mai mic ca 10. ***Florentina Văcuţă, prof. Craiova***

P.P.V.1247. Aflaţi x din: $\overline{1,(x)}+\overline{2,(x)}+\ldots+\overline{10,(x)}=50\frac{1}{9}$. ***Diana şi Ion Coteanu, prof. Dobreşti, Dolj***

P.P.V.1248. Să se determine $x, y\in\mathbf{N}$ aşa încât $\frac{3x+5}{2}=\frac{5}{4y-2}$. ***Lucian Bolnăvescu, prof. Craiova***

P.P.V.1249. Determinaţi două mulţimi A şi B ştiind că sunt îndeplinite simultan condiţiile:
a) $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$; **b)** $A\cap B=\{1, 2\}$;
c) suma elementelor mulţimii A este egală cu suma elementelor mulţimii B. ***Camelia Dană, prof. Craiova***

P.P.V.1250. Să se determine a, b ştiind că: $\frac{\overline{2a}}{\overline{3b}}-\frac{\overline{2a2a}}{\overline{3b3b}}+\frac{\overline{2a2a2a}}{\overline{3b3b3b}}+\frac{\overline{2a2a2a2a}}{\overline{3b3b3b3b}}=\frac{8}{3}$.
Cristian Pârvu, elev C.N.F.B. Craiova

P.P.V.1251. Se dă numărul: n=12345678910111213…..200720082009.
a) Câte cifre are acest număr? **b)** Care este cifra de pe locul 2009?
Florentina Vieru, prof. Bacău

P.P.V.1252. Să se arate că numărul $2010^2+5\cdot 500^2+5\cdot(2009+2007+\ldots+1001)$ este pătrat perfect.
Mirela Marin, prof. Iaşi

P.P.V.1253. $A=\left\{2^{259}, 5^{111}, 11^{74}\right\}$ $B=\left\{\frac{x}{y}, \frac{x}{y}\neq 1, x\in A, y\in A\right\}$. Scrieţi în ordine crescătoare elementele lui B.
Delia Cristina Burtea, prof. Motru

P.P.V.1254. Află două numere naturale a căror sumă este 91 şi pentru care 91 este divizibil cu diferenţa lor.
Eduard Pîrvănescu, prof. Motru

P.P.V.1255. Fie mulţimea $A=\{5a-12; 3a-5b-31; 8b-2a+1\}$.
1) Dacă a=11 şi S_A (suma elementelor din A)=63, află b şi elementele mulţimii A.
2) Dacă $S_A=5982$, află 2a+b. ***Ştefan Ţifui, prof. Grinţieş, Neamţ***

P.P.V.1256. Se dă un paralelogram având laturile de 6 cm şi respectiv 8 cm, iar înălţimea 5 cm. Să se determine unghiurile paralelogramului, unghiul format de înălţime cu o diagonală şi unghiul dintre diagonale.
Florentin Smarandache, Univ. of. New Mexico, Gallup, USA

P.P.V.1257. Determinaţi numărul natural $\overline{ab}$ astfel încât $\left(\frac{\overline{ab}+\overline{ba}}{a+b}\right)\cdot\overline{ab}-48=2009$. ***Elena Grumăzescu, prof. Ceahlău, Neamţ***

P.P.V.1258. Determinaţi numărul raţional, care mărit cu 3/4 din el dă cu 34 mai mult decât atunci când îl scădem cu 4/3 din el. ***Ştefan Ţifui, prof. Grinţieş, Neamţ***

P.P.V.1259. Arătaţi că nu există numere naturale care împărţite la 5 să dea restul 3 şi împărţite la 10 să dea restul 7.

P.P.V.1260. Numerele de forma $\overline{abc}$ au a+b+c=25, să se determine suma cifrelor numerelor $\overline{abc}+3$.
Gheorghe Ţucă, prof. Alexandria

P.P.V.1261. Să se determine numerele de forma $\overline{ab}$ ştiind că $\overline{ab}+\overline{ba}=88$ iar $\overline{ab}-\overline{ba}$ este pătrat perfect.
Veronica Ţucă, prof. Alexandria

Rubrică realizată de Aurel Pancu, prof. Craiova

Concursul rezolvitorilor*

C.R.V.1. Să se arate că suma 1+2+3+…+n, nu se poate termina în 13.. *(10 puncte)*

Mihaly Bencze, prof. Braşov

C.R.V.2. Aflaţi numerele $\overline{abc}$ pătrate perfecte astfel încât: $\overline{abc}\cdot\overline{abc}^2\cdot\overline{abc}^3\cdot\ldots\cdot\overline{abc}^n=\overline{abc}^{\overline{aaa}}$.

Mariana Benea, prof. Craiova

C.R.V.3. Să se determine numerele lipsă astfel încât pătratul să fie magic. *(9 puncte)*

Mihaly Bencze, prof. Braşov

		51
21	42	

C.R.V.4. Să se afle produsul maxim a patru numere prime distincte a căror sumă este 23. *(7 puncte)*

Cristian Dinu, prof. Craiova

C.R.V.5. Să se determine cifrele abcd astfel încât numerele de forma $\overline{2025abcd}$ să fie divizibile cu 7930. *(6 puncte)*

Ghiorghiţa şi Iulian Stănică, prof. Dolj

Rubrică realizată de Aurel Pancu, prof. Craiova

Probleme rezolvate din Alpha nr. 2/2008

P.P.V.1209. Aflaţi cifrele a, b, c stfel încât să avem: $\overline{abc0}+\overline{abc}+\overline{ab}+a-2=2008$. ***N. Ivăşchescu , prof. Craiova***

Soluţie: $\overline{abc0}+\overline{abc}+\overline{ab}+a-2=2008\Rightarrow$1000a+100b+10c+0+100a+10b+c+10a+b+a–2=2008⇒1111a+111b+11c==2010⇒a<2⇒a=1; 111b+11c=899⇒b=8 şi c=1⇒ $\overline{abc0}$ =1810.

P.P.V.1215. Împărţind numărul x la numărul y se obţine câtul 3 şi restul 38.

a) Arătaţi că numărul 5x–15y+26 este cub perfect.

b) Determinaţi numerele x şi y, ştiind că suma lor este 198. ***Ica Oprescu, prof. Craiova***

Soluţie: a) x=3y+38⇒x–3y=38; 5x–15y+26=5(x–3y)+26=5·38+26=190+26=216=6^3

b) x+y=198⇒3y+y+38=198⇒4y=160⇒y=40, x=158.

P.P.V.1219. Aflaţi suma şi diferenţa dintre cel mai mare şi cel mai mic număr natural de forma: $\overline{36x4y}$ care este divizibil cu 18. ***Minică Ionescu, prof. Măldăeni, Teleorman***

Soluţie: $\overline{36x4y}$ se divide cu 2 şi 9, adică $y\in\{0, 2, 4, 6, 8\}$ şi 3+6+x+4+y=M_9⇒13+x+y=M_9. Analizând toate posibilităţile se găseşte 36846 cel mai mare număr şi 36144, cel mai mic număr. 36846+36144=72990; 36846–36144=702.

P.P.V.1216. Fie numărul x= $2^{2006}-2^{2005}-2^{2004}-2^{2003}$. Arătaţi că x nu este pătrat perfect.

Emilian Deaconescu, prof. Ceptura, Prahova

Soluţie: x=$2^{2003}(2^3-2^2-2-1)=2^{2003}$; U($2^{2003}$)=8⇒x nu poate fi pătrat perfect.

P.P.V.1221. Să se determine numerele de forma $\overline{ab}$ ştiind că: $\overline{ab}+\overline{ba}$ şi $\overline{ab}-\overline{ba}$ sunt simultan pătrate perfecte.

Florenţa Văcuţă, prof. Craiova

Soluţie: $\overline{ab}+\overline{ba}$ =10a+b+10b+a=11a+11b=11(a+b)-pătrat perfect⇒a+b=11

$\overline{ab}-\overline{ba}$ =10a+b–10b–a=9a–9b=9(a–b)-pătrat perfect=a–b$\in\{1, 4, 9\}$; $\left.\begin{array}{l}a+b=1\\a-b=1\end{array}\right\}\Rightarrow a=6$ şi $b=5\Rightarrow\overline{ab}=65$

$\left.\begin{array}{l}a+b=11\\a-b=4\end{array}\right\}\Rightarrow$ nu are solutie $\left.\begin{array}{l}a+b=11\\a-b=9\end{array}\right\}\Rightarrow$ nu are solutie

Rubrică realizată de Aurel Pancu, prof. Craiova

Soluţiile problemelor de la „Concursul rezolvitorilor” din Alpha nr. 2/2008

C.R.V.1. Fie numărul N=$7^{1008}-7^{1007}+7^{1006}-7^{1005}$. Să se scrie numărul N ca o sumă de trei pătrate perfecte. *(10 puncte)*

Aurel Pancu, prof. Craiova

Soluţie:

N=$7^{1007}(7-1)+7^{1005}(7-1)=6\cdot7^{1007}+6\cdot7^{1005}=6\cdot7^{1005}(7^2+1)=6\cdot7^{1005}\cdot50=300\cdot7^{1005}=2100\cdot7^{1004}=21\cdot100\cdot7^{1004}=(1+2^2+4^2)\cdot1007^{1004}=$
$=100\cdot7^{1004}+400\cdot7^{1004}+1600\cdot7^{1004}$

C.R.V.2. Aflaţi tripletele de numere naturale n, x, y∈**N***–{1} dacă: $a^n+x^2+xy=\overline{a5b}$ unde $\overline{abc}^3+\overline{abc}^2$ este pătrat perfect, iar $\overline{abc}$ este cel mai mare număr cu această proprietate. *(9 puncte)*

Mariana Benea, prof. Craiova

Soluţie: $\overline{abc}^3+\overline{abc}^2=\overline{abc}^2\left(\overline{abc}+1\right)$ pătrat perfect⇒ $\overline{abc}+1$ pătrat perfect⇒ $\overline{abc}+1=31^2=961\Rightarrow\overline{abc}=960$⇒a=9, b=6.
Obs. n≤3. Pentru n=3⇒$9^3+x^2+xy=956\Rightarrow x^2+xy=956-729\Rightarrow x^2+xy=127$⇒x(x+y)=127; x=1⇒1+y=127⇒y=126⇒(3; 1; 126)
x=127⇒127+y=127⇒y=0⇒(3, 127, 0). Pentru n=2⇒81+x^2+xy=956⇒x^2+xy=875⇒x(x+y)=5·173⇒x=5⇒5+y=173⇒
y=167⇒(2; 5; 167)

---

* Se primesc soluţii la Concursul rezolvitorilor până la data de 15.09.2009.

C.R.V.3. a) Arătați că: $2007^{n+1} \le 2008^{n+1} - 2008^{n}$; $n \in \mathbf{N}$. **b)** Comparați: $a = 1+2007+2007^2+...+2007^{2008}$ cu $b = 2008^{2008}$.

(8 puncte)

Ilie Rădulescu, prof. Craiova

Soluție: a) $2007^{n+1} \le 2008^{n}(2008-1) \Rightarrow 2007^{n+1} \le 2008^{n} \cdot 2007 \Rightarrow 2007^{n} \le 2008^{n}$.

b) $n=0 \Rightarrow 2007 \le 2008-1$

$n=1 \Rightarrow 2007^2 \le 2008^2 - 2008$

$\vdots$

$n=2007 \Rightarrow 2007^{2008} \le 2008^{2008} - 2008^{2007}$; $1+2007+2007^2+\ldots+2007^{2008} \le 2008^{2008} \Rightarrow a \le b$

C.R.V.4. Să se afle a, b, c, $d \in \mathbf{N}$ ştiind că: $5^a + 5^b + 5^c - 4^d = 774$. *(7 puncte)*

Florentina Păunescu, prof. Craiova

Soluție: $\underbrace{5^a + 5^b + 5^c}_{\text{impar}} - \underbrace{4^d}_{\text{par}} = \underbrace{774}_{\text{par}} \Rightarrow d=0 \Rightarrow 5^a+5^b+5^c=775$. Presupunem $a<b<c \Rightarrow 5^a(1+5^{b-a}+5^{c-a})=5^2 \cdot 31 \Rightarrow$ **a=2** şi $5^{b-a}+5^{c-a}=30$

$\Rightarrow 5^{b-2}(1+5^{c-2-b+2})=5 \cdot 6 \Rightarrow$ **b=3** şi $c-3=1 \Rightarrow$ **c=4**.

C.R.V.5. Aflați numerele naturale $\overline{abcd}$ astfel încât să avem: $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a - 2 = \overline{2ddb}$. *(6 puncte)*

Nicolae Ivăşchescu, prof. Craiova

Soluție: $1111 \cdot a+111b+11c+d-2=2000+110d+b \Rightarrow 1111a+110b+11c=2002+109d \Rightarrow a<2 \Rightarrow a=1 \Rightarrow 110b+11c=891+109d$

Pentru $b=9 \Rightarrow 990+11c=891+109d \Rightarrow 99+11c=109d$ dar $99+11c=M_{11} \ne 109d \Rightarrow b=8 \Rightarrow 880+11c=891+109d \Rightarrow 11c=11+109d \Rightarrow$

$\Rightarrow$ **c=1** şi **d=0** $\Rightarrow \overline{abcd} = 1810$

Rubrică realizată de Aurel Pancu, prof. Craiova

Variante de teză cu subiect unic
Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a V-a, Semestrul II

Propusă de: Aurel Pancu, prof. Craiova

♦Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (40 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

5p **1.** Rezultatul calculului 5,3+2,1 este egal cu …..

5p **2.** Comparând numerele a=5,2 şi b=5,18 mai mare este numărul …..

5p **3.** Scrisă sub formă zecimală fracția $\frac{48}{10}$ este egală cu …..

5p **4.** Rezultatul calculului 1,35:1,5 este …..

5p **5.** Soluția ecuației 2,33+x=5,2 este numărul …..

5p **6.** $x \in \mathbf{N}$ din inegalitatea $x+12,5<16,4$ este …..

5p **7.** 1,34 m= …..dm.

5p **8.** 2008 ari = …..ha.

SUBIECTUL II (50 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

1. Calculați: 20p **a)** $2,4 \cdot [3,6-5,8:(3,1+5,4:2)]$

b) Câți litri de apă încap într-un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 20 cm, 50 cm, 80 cm?

30p **2.** Un teren în formă de pătrat cu latura de 50 m este împrejmuit cu 5 rânduri de sârmă.

a) Aflați aria terenului. **b)** Aflați lungimea sârmei folosite .

c) Dacă sârma se vinde în role de 125 m fiecare, aflați câte role de sârmă au fost necesare?

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a V-a, Semestrul II

Propusă de: Eduard Pîrvănescu, prof. Motru

♦Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (54 puncte) – Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

6p. **1. a)** 8,5 kg=…..g. 6p **b)** 2,5 m^3=…..dm^3. 6p **c)** 3500 m^2=…..ha.

6p **2. a)** 72000 min=…..h. 6p **b)** 3 h 45 min =…..min. 6p **c)** 2500 l=…..m^3.

6p **3. a)** 3500 m=…..km 6p **b)** 25 l+25 dal=…..hl 6p **c)** 850 g+20kg=…..kg

SUBIECTUL II (36 puncte) – Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

1. Un dreptunghi are lungimea 207 cm şi lățimea de trei ori mai mică.

5p **a)** Aflați lățimea dreptunghiului. 5p **b)** Aflați aria dreptunghiului.

5p **c)** Aflați perimetrul dreptunghiului.

2. Un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 6 m, 4 m şi 200 cm.

7p **a)** Aflați volumul bazinului. 7p **b)** Câți litri de apă se pot pune în jumătate din acest bazin?

7p **c)** În cât timp se poate umple bazinul printr-un robinet cu debitul de 60 l/min?

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a V-a, Semestrul II

Propusă de: Doina Răileanu, prof. Bacău

♦Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (62 puncte) – Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

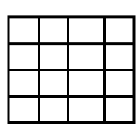
5p. **1. a)** Rezultatul calculului 2,43+3,21 este ….. 5p **b)** Calculând 5,2–4,1 obținem…..

5p **c)** Rezultatul calculului $0,32 \cdot 20$ este …..

5p **2. a)** Soluția ecuației x+0,3=0,5 este ….. 5p **b)** Ecuația $x \cdot 2=4,2$ are soluția …..

5p **c)** Cardinalul mulțimii $A=\{x \in \mathbf{N} / x-0,6 \le 1,4\}$ este …..

7p **3. a)** Haşurați corespunzător fracției $\frac{5}{16}$.



5p **b)** După amplificarea cu 2 fracția $\frac{7}{8}$ devine …..

5p **c)** Fracția ireductibilă echivalentă cu fracția $\frac{24}{36}$ este .....

4. Media aritmetică a trei numere este 0,2. Al doilea număr este cu 0,1 mai mare decât primul şi cu 0,1 mai mic decât al treilea. Atunci:

5p **a)** Suma celor trei numere este ..... 5p **b)** Numărul al doilea este egal cu .....

5p **c)** Primul număr este egal cu .....

SUBIECTUL II (40 puncte) – Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

5p **1. a)** Calculați: $(1,2^2-0,71\cdot 2) : [(3,4+1,1) : 3]$

5p **b)** Aflați suma dintre aproximarea prin lipsă la cifra zecimilor a numărului 56,27 şi rotunjirea la cifra zecimilor a numărului 45,69

5p **c)** Aflați diferența dintre cel mai mic număr natural mai mare decât 125,47 şi cel mai mare număr natural mai mic decât 102,99.

5p **2.a)** Transformați în fracții zecimale: $\frac{7}{2}, \frac{17}{10}, \frac{23}{100}, \frac{86}{3}, \frac{47}{30}$.

5p **b)** Transformați în fracții ordinare ireductibile: 0,4; 9,25; 1,005; 0,(5); 0,4(5).

3. Un teren în formă de dreptunghi are o dimensiune de 25,83, iar cealaltă dimensiune de 0,3 ori mai mică. Acest teren trebuie împrejmuit cu două rânduri de sârmă.

5p **a)** Aflați cu câți metri este mai mare lungimea decât lățimea. 5p **b)** Aflați perimetrul şi aria terenului.

5p **c)** Câți metri de sârmă mai trebuie cumpărați pentru împrejmuirea terenului dacă există deja 400 m de sârmă?

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a V-a, Semestrul II

Propusă de: Ion Mițaru, prof. Craiova

♦Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (45 puncte) – Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

5p. **1. a)** Dintre numerele a=5,7(2) şi b=5,(72), mai mic este numărul .....

5p **b)** Rezultatul calculului $47,25\cdot 10$ este egal cu .....

5p **c)** Dacă trei caiete costă 5,40 lei, atunci un caiet costă ..... lei.

5p **2. a)** 3,7 km=.....m. 5p **b)** 50 dag=.....g. 5p **c)** Un sfert de oră are ..... minute.

5p **3. a)** Desenați un cub.

5p **b)** Perimetrul unui pătrat este egal cu 80 cm. Latura cubului este egală cu .....cm.

5p **c)** Dacă suma lungimilor muchiilor unui cub este egală cu 60 cm, atunci muchia cubului are lungimea egală cu ...cm

SUBIECTUL II (45 puncte) – Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

1. Calculați:

5p **a)** 4,8+12,25–7,3 5p **b)** $14,8\cdot 0,09+5,6:0,25-0,3^2$. 5p **c)** 4000mm+0,25dam+1,5hm+520dm în m.

5p **d)** media aritmetică a numerelor: 3,4; 4,5 şi 7.

15p **2.** Suma a două numere naturale este 15. Al doilea număr este de 999 de ori mai mare decât primul număr. Aflați numerele.

10p **3.** Aflați în cât timp se poate umple un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 40 m, 15 m şi 1,5 m, dacă prin țevile de umplere intră în bazin 7,2 litri pe secundă.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a V-a, Semestrul II

Propusă de: Mariana Benea, prof. Craiova

♦Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu

1. Transformați în fracție ordinară ireductibilă: **a)** 0,25; **b)** 0,(6); **c)** 0,1(6).

2. Rezolvați ecuațiile: **a)** 3x+21,8=43,1; **b)** 2(x+0,125)=x+15,384.

3. a) Dați un exemplu de fracție supraunitară. **b)** Aflați $x\in\mathbf{N}$ ştiind că $\frac{24}{2x+4}$ este supraunitară.

4. Calculați perimetrul unui dreptunghi care are lungimea de 70 cm şi lățimea de 2 ori mai mică.

5. Calculați media aritmetică a numerelor 13, 23, 54.

6. Din suma de 720 lei s-au cheltuit o dată $\frac{1}{3}$ din sumă, a doua oară 25% din rest şi a treia oară $\frac{2}{9}$ din noul rest. Ce sumă a rămas?

7. Calculațl: **a)** $0,5+\frac{1}{3}-\frac{1}{30}$; **b)** 12,54 km+4,73 dam+1,25 m = ...m;

c) 4,25 kg –21,4 hg+32,8 dag =.....dag; **d)** $15,4\ m^2+0,25$ ari=..... dm^2.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a V-a, Semestrul II

Propusă de Camelia Dană, prof. Craiova

♦Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 1 punct din oficiu

1. Calculați: 1p **a)** $4,35-0,2\cdot 3-1,03$; 1p **b)** $0,63^3-3\cdot 0,6^2\cdot 0,1$ 1p **c)** $100\cdot[0,91+(20,01-5,1) : 0,1]$.

1p **2.** Rezolvați ecuația: $[(1,5^2+x)\cdot 0,2]:0,1=10$.

2p **3.** Media aritmetică a patru numere este 41,25. Aflați numerele ştiind că al treilea este o pătrime din al patrulea, al doilea este o treime din al treilea, iar primul este o jumătate din al doilea.

4. Exprimați: 1p **a)** 100 a şi 25 dam^2 în m^2; 1p **b)** 3ha şi 50dam^2 în ari; 1p **c)** 2 ha+ 50 a + 100 dam^2 în m^2.

Rubrică realizată de Aurel Pancu, prof. Craiova

CLASA a VI-a

Probleme de sinteză

P.S.VI.2087. Rezolvați în **Z**×**Z** ecuația 7x+2y=13. Dați forma generală a mulțimii soluțiilor ecuației.

Gh. Calafeteanu, prof. Drobeta Tr.Severin

P.S.VI.2088. Arătțai că $\frac{\left[2^{2008}\cdot 2008^{2}\right]+\left(2^{2008}\cdot 2^{2008}\right)}{2^{2008}+2008^{2}}>\frac{1+2+2^{2}+...+2^{2006}}{2^{2008}}$ unde $[a,b]=$ cel mai mic multiplu comun al numerelor a şi b iar (a, b)= cel mai mare divizor comun. ***Alexandru Toporan, prof. Orşova***

P.S.VI.2089. Să se determine numerele naturale distincte a, b, c, d care verifică relația: $a^3+2b^3+c^3+d^3=2008$.

Iulia şi Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr.Severin

P.S.VI.2090. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: ,,fracția cu numărătorul n+5 şi numitorul 2n+3 este ireductibilă pentru orice n∈**N**. ***Florentina Vieru, prof. Bacău***

P.S.VI.2091. Determinați toate numerele naturale de forma:

a) $\overline{57xx}$ divizibile cu 2; **b)** $\overline{36x2x}$ divizibile cu 2 şi 5. ***Dana Felicia Nistor, prof. Drobeta Tr. Severin***

P.S.VI.2092. Aflați măsura unghiului dacă $\frac{1}{3}$ din complementul său este egală cu $\frac{1}{12}$ din suplementul său.

Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr.Severin

P.S.VI.2093. Să se afle numerele naturale x, y, z astfel încât $x^y\cdot z-2009^0=2^3\cdot 251$. ***Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr.Severin***

P.S.VI.2094. Aflați măsurile a cinci unghiuri în jurul unui punct, ştiind că acestea sunt invers proporționale cu numerele $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ şi $\frac{1}{5}$. ***Elian Neamțu, prof. Bîlvăneşti, Mehedinți***

P.S.VI.2095. Să se arate că nu există nici un pătrat perfect de forma N= $\overline{abcabc}$.

Emilian Diaconescu, prof. Drobeta Tr.Severin

P.S.VI.2096. Fie triunghiul isoscel cu baza BC, bisectoarea unghiului B intersectează AC în F şi bisectoarea unghiului C intersectează latura AB în E.

a) Demonstrați că ΔAEF este isoscel.

b) Dacă bisectoarele unghiurilor B şi C întâlnesc paralela prin A la BC în punctele M şi N demonstrați că ΔIMN este isoscel unde I este punctual de intersecție al bisectoarelor. ***Adriana Moclea, prof. Drobeta Tr. Severin***

Rubrică realizată de Adrian Lupu, prof. Drobeta Tr.Severin

Probleme propuse*

P.P.VI.1263. În câte cifre de zero se termină numărul 5·10·15·20·…·2010?

Ionela Popescu şi Alaa Safadi, prof. Cîmpulung Muscel, Argeş

P.P.VI.1264. Să se demonstreze că dacă diferența 1003x−1006y este divizibilă cu 2009, atunci şi diferența 1006x−1003y este divizibilă cu 2009, unde x, y∈**Z**. ***Gheorghe Calafeteanu, prof. Drobeta Tr. Severin***

P.P.VI.1265. Să se demonstreze că (2a+14b+3c) ⋮ (6a+14b+9c) ⋮ 7. ***Victoria şi Titel Osăin, prof. Vânju Mare***

P.P.VI.1266. Determinați numerele x, y, z ştiind că: $\frac{x}{2009x+3}=\frac{y}{2009+y}=\frac{z}{2009z+5}$ şi $x^3+y^3+z^3=1728$.

Constantin Duțu, prof. Drobeta Tr. Severin

P.P.VI.1267. Aflați n∈**N*** pentru care $n^3+5n^2+13n+19$ se divide cu n+2. ***Carmen Coadă, prof. Drobeta Tr. Severin***

P.P.VI.1268. Ştiind că restul împărțirii lui 10a+10b+10c la 9 este r, aflați restul împărțirii numărului $\overline{abc}$ la 9.

Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr. Severin

P.P.VI.1269. Determinați cel mai mic număr natural n cu proprietățile că împărțit la 5 dă restul 2, împărțit la 7 dă restul 4, iar împărțit la 9 dă restul 6. ***Elian Neamțu, prof. Bîlvăneşti***

P.P.VI.1270. Elevii unei clase vor să doteze laboratorul de matematică. Întrebându-l pe dl. diriginte despre suma necesară, acesta le răspunde. ,,Dacă unul dintre voi ar contribui cu 2 lei, fiecare dintre colegi, pe rând, ar dubla suma strânsă până la contribuția sa, iar eu aş adăuga un leu, banii ar ajunge exact pentru a dota cinci laboratoare”. (notă: nu se acceptă în prețuri subdiviziuni ale leului)

a) Cu ce cumă contribuie al 5-lea elev?

b) Demonstrați că dacă s-ar aşeza câte patru în bancă, doi dintre ei ar rămâne singuri.

c) Aflați numărul de elevi ai clasei (cuprins între 15 şi 30), ştiind că, dacă s-ar aşeza câte 3 în bancă, doi elevi ar rămâne în picioare, iar numărul băncilor este multiplu de patru. ***Elian Neamțu, prof. Bîlvăneşti***

* Se primesc soluții la probleme propuse până la data de 15.09.2009. Nu se primesc soluții la P.S.

P.P.VI.1271. Să se determine x astfel încât $x^x = \overline{xx} - 2x$. *Emilia Diaconescu, prof. Drobeta Tr. Severin*

P.P.VI.1272. Arătați că: $\dfrac{m+2^{360}}{m+3^{240}} < \dfrac{p+5^{1800}}{p+7^{1440}}, (\forall)\, m, p \in \mathbf{N}$. *Viorela Mărăscu, prof.Vânju Mare*

P.P.VI.1273. Se dă suma: S= $\dfrac{1}{5^2} + \dfrac{1}{6^2} + \dfrac{1}{7^2} + ... + \dfrac{1}{99^2}$. Să se arate că $\dfrac{1}{6} < S < \dfrac{1}{4}$. *Cristiana Casiu, prof.Filiaşi*

P.P.VI.1274. Să se afle numerele întregi a şi b astfel încât 2ab−5a−3b=1 . *Ion Casiu, prof.Filiaşi*

P.P.VI.1275. Calculați: $\dfrac{\dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 4} + ... + \dfrac{1}{1001\cdot 1002}}{1 + \dfrac{1}{1002}}$. *Emilian Deaconescu, prof. Ceptura, Prahova*

P.P.VI.1276. Un tren de persoane cu 640 de locuri, pleacă din gara Iaşi cu 40% din locuri ocupate şi circulă pe traseul Iaşi-Paşcani-Roman-Bacău-Focşani-Buzău-Bucureşti. În fiecare gară coboară un număr de călători egal cu 25% din numărul locurilor ocupate şi urcă un număr de călători egal cu 25% din numărul locurilor libere la intrarea în gara respectivă. Cu câți călători ajunge trenul în gara Bucureşti? *Florentina Vieru, prof. Bacău*

P.P.VI.1277. Fie a, b, c trei numere naturale nenule astfel încât ab<c. Să se arate că a+b<c.
Emilian Deaconescu, prof. Ceptura, Prahova

P.P.VI.1278. Fie unghiurile adiacente şi suplementare AOB şi BOC, (OD bisectoarea unghiului BOC, iar (OE semidreapta opusă semidreptei (OD. Să se afle măsura unghiului AOE dacă măsura unghiului AOD este de 7 ori mai mare decât o cincime din măsura unghiului AOB. *Florentina Vieru, prof. Bacău*

P.P.VI.1279. Rezultatele alegerilor pentru Consiliul Elevilor dintr-o şcoală sunt date în tabelul de mai jos:

	Vlad	Andreea	abțineri
Nr.voturi	600	480	120

a) Care este procentul celor care s-au abținut de la vot din totalul elevilor?
b) Câte procente din total a avut Vlad în plus față de Andreea? *Mirela Marin, prof. Iaşi*

P.P.VI.1280. În mulțimile $\{a, b, c\} \subset \mathbf{N}$ şi $\{2, 3, 4\}$ există o proporționalitate directă. Daă m este c.m.m.m.c. al numerelor a, b, c să se determine x∈**N** astfel încât între mulțimile $\{a, b, c, m\}$ şi $\{2, 3, 4, x\}$ să se stabilească o proporționalitate directă.
Elena Grumăzescu, prof. Ceahlău, Neamț

P.P.VI.1281. Câte probleme au rezolvat Ionescu şi Popescu, din manualul de algebră ştiind că: dacă Ionescu ar mai fi rezolvat încă cinci probleme l-ar fi ajuns pe Popescu, iar dacă Popescu ar mai fi rezolvat încă cinci probleme l-ar fi depăşit de trei ori pe Ionescu. *Florentin Smarandache, prof. univ. Of New Mexico, Gallup, USA*

P.P.VI.1282. Să se determine mulțimea A= $\{2,3,4,6,9,12,18\}$ şi proporția $\dfrac{4}{x} = \dfrac{y}{9}$ cu x, y∈A, x≠y. Să se găsească toate perechile (x, y) care verifică proporția dată şi să se determine probabilitatea ca extrăgând două numere oarecare din A, acestea să verifice proporția. *Mirela Marin, prof. Iaşi*

P.P.VI.1283. În triunghiul ABC, m(∠A)=5m(∠B). Bisectoarea unghiului A taie BC în N şi formează cu BC un unghi de 96^0. Să se afle unghiul format de perpendiculara în C pe BC cu paralela prin N la AC. *Ştefan Țifui, prof. Grințieş, Neamț*

P.P.VI.1284. Punctele A, B, C, D sunt coliniare în această ordine astfel încât 2BD=AD+DC.
a) Arătați că punctul A este simetricul punctului C față de punctul B.
b) Dacă AC=2^{55} cm şi BD=2^{56} cm şi M mijlocul segmentului (AD) aflați CM. *Nicolae Paraschiv, prof. Feteşti*

P.P.VI.1285. Un număr natural împărțit la 5 dă restul 2 şi împărțit la 7 dă restul 3. Aflați restul împărțirii numărului la 35.
Nicolae Halmagiu, prof. Feteşti

P.P.VI.1286. Fie mulțimile A= $\left\{\overline{ab} \,\middle|\, \dfrac{\overline{ab}}{a+b} = 7\right\}$, $B = \left\{\overline{cd} \,\middle|\, \dfrac{\overline{cd}}{c+d} = 4\right\}$. Demonstrați că elementele lui A sunt răsturnatele elementelor mulțimii B. *Costache Constantin, prof. Feteşti*

P.P.VI.1287. Arătați că dacă a, b, c sun numere raționale pozitive care îndeplinesc condiția $\dfrac{a}{3} = \dfrac{b}{5} = \dfrac{c}{7}$ atunci:

$$\frac{(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2\right)}{129} = \frac{a^3+b^3+c^3}{139}.$$

Ion Căpățână, prof. Craiova

P.P.VI.1288. Aflați valoarea minimă a numărului n= $\dfrac{9}{2\cdot 3} + \dfrac{9}{3\cdot 10} + \dfrac{9}{10\cdot 7} + \dfrac{9}{7\cdot 18} + ... + \dfrac{9}{59\cdot 122} + \dfrac{9}{122\cdot 63} - \dfrac{\overline{2a}}{28}$, ştiind că $\dfrac{\overline{2a}}{28}$ se transformă în fracție zecimală periodică simplă. *Ion Văcălău, prof. Feteşti*

P.P.VI.1289. Aflați a, b∈**N** deci numărul n=$2^a \cdot 2^b$ are 12 divizori şi suma divizorilor este 252.
Nicolae Halmagiu, prof. Feteşti

Rubrică realizată de Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr. Severin

Concursul rezolvitorilor*

C.R.VI.1. În triunghiul ABC, AM este mediană, M∈BC. Bisectoarele unghiurilor din B şi C taie mediana în D şi respectiv E. Ştiind că BD=CE să se demonstreze că ΔABC este isoscel. *(10 puncte)*
Gh.Paicu, prof. Motru

C.R.VI.2. În triunghiul dreptunghic ABC, m(∠A)=90^0, considerăm medianele $[BM]$ şi $[CN]$ concurente în G. Dacă AG∩MN={P}, arătați că BC=4·AP. *(9 puncte)*
Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr.Severin

C.R.VI.3. În triunghiurile ABC şi A'B'C' cu $[BC] \equiv [B'C']$, $\angle BAC \equiv \angle B'A'C'$, $[AB] \equiv [AC]$ şi $[A'B'] \equiv [A'C']$. Demonstrați că ΔABC≡ΔA'B'C'. *(8 puncte)*
Ion Pătraşcu, prof. Craiova

C.R.VI.4. Triunghiul ABC are $m(\angle A)=9m(\angle B)$. Bisectoarea unghiului $\angle C$ taie pe AB în M şi formează cu BM şi BC un triunghi isoscel BMC. Să se afle unghiul format de perpendiculara AN pe CM ($N\in BC$) cu dreapta MN. *(7 puncte)*

Ştefan Ţifui, prof. Grinţieş, Neamţ

C.R.VI.5. Aflaţi cel mai mare număr natural mai mic decât 2008 pentru care $\frac{6n+7}{7n+2}$, $n\in\mathbf{N}$ este reductibilă. *(6 puncte)*

Florin Benea, prof. Craiova

Rubrică realizată de Gh. Calafeteanu, prof. Drobeta Tr. Severin

Probleme rezolvate din Alpha nr. 2/2008

P.P.VI.1246. Fie expresia $E(a)=a^2+a+x$, unde $x\in\mathbf{N}$. Să se arate că dacă $E(4)$ sau $E(5)\,\vdots\,10$, atunci $E(9)\,\vdots\,10$.

Cristiana şi Ion Casiu, prof. Filiaşi

Soluţie: Din $E(4)\,\vdots\,10\Rightarrow 10\mid 16+4+x\Rightarrow 10\mid 20+x\Rightarrow 10\mid x$; $E(9)=81+9+x=90+x\,\vdots\,10$. Analog pentru A(5).

P.P.VI.1247. Să se arate că $(\forall)$ n impar, $A=10^{2n}+2^{3n}$ se divide cu 9. ***Cristiana şi Ion Casiu, prof. Filiaşi***

Soluţie: $10^{2n}=(10^2)^n=100^n=(99+1)^n=M_9+1$; $2^{3n}=(2^3)^n=8^n=(9-1)^n=M_9-1$ (pentru n impar)$\Rightarrow A=M_9+1+M_9-1=M_9$

P.P.VI.1248. Se ştie că $\frac{a}{b}=\frac{1}{6}$ şi $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$ şi $2a+3c+4e=33$, calculaţi $2b+3d+4f$. ***Nicoleta Cruceru, prof. Craiova***

Soluţie: $b=6a\Rightarrow\frac{1}{6}=\frac{c}{d}\Rightarrow d=6c\Rightarrow f=6e\Rightarrow 2b+3d+4f=6(2a+3c+4e)=198$.

P.P.VI.1252. Rezolvaţi în $\mathbf{N}\times\mathbf{N}$ ecuaţia $xy-2x-y=2006$.

Soluţie: Ecuaţia dată este echivalentă cu ecuaţia: $(x-y)(y-2)=2008$, dar $2008=2^3\cdot 251$.

P.P.VI.1257. Rezolvaţi în **N** ecuaţia: $xyz+xy+xz+x+y+z=384$. ***Gh. Calafeteanu, prof. Drobeta Tr.Severin***

Soluţie: Avem $xy(z+1)+y(z+1)+x(z+1)+(z+1)=385\Leftrightarrow(z+1)(xy+y+x+1)=385\Leftrightarrow(x+1)(y+1)(z+1)=5\cdot7\cdot11$ cu soluţiile $x=4$, $y=6$, $z=10$ şi permutările lor.

Rubrică realizată de Alexandru Toporan, prof. Orşova

Soluţiile problemelor de la „Concursul rezolvitorilor” din Alpha nr. 2/2008

C.R.VI.1. Dacă 645 este suma numerelor $\overline{abc}$ şi $\overline{cba}$, aflaţi a+b+c. Precizaţi câte numere naturale $\overline{abc}$ au această proprietate. *(10 puncte)*

Radu Nicolae, prof. Craiova

Soluţie: $\overline{abc}+\overline{cba}=645\Leftrightarrow 100\cdot u+10b+c+100c+10b+a=645\Leftrightarrow 101a+101c+20b=645\Leftrightarrow 101\cdot(a+c)+20b=645$
$\Leftrightarrow 101a+101c+20b=645\Leftrightarrow 101\cdot(a+c)+20b=645$, $101\cdot(a+c)=645-20b$ (1). De unde obţinem:

$645-20\cdot9\le 101\cdot(a+c)\le 645-20\cdot0$; $465\le 101\cdot(a+c)\le 645$; $\frac{465}{101}\le(a+c)\le\frac{645}{101}$; $\frac{461}{101}\le a+c\le 6\frac{39}{101}\Rightarrow a+c=5$ sau $a+c=6$.

Dacă $a+c=6$ din (1)$\Rightarrow 101\cdot6==645-20b$; $606+20b=645$ imposibil; $606+20b=2k$ iar $645=2u+1$. Deci $a+c=5$, $a\ge1$ şi $c\ge1$.

$101\cdot5+20b=645\Rightarrow 20b=140\Rightarrow b=7$; $a+c=5$, $a\ge1$, $b\ge1\Rightarrow\overline{abc}\in\{174, 273, 372, 471\}$. Deci numai patru numere naturale verifică condiţiile problemei.

C.R.VI.2. Se consideră şirul de numere 1; 4; 13; 401; 121 ....

a) să se arate că dacă x este numărul de pe locul 2009 atunci $x-1$ se divide cu 120.

b) Să se arate că $2(x-1)+3$ nu este pătrat perfect. *(9 puncte)*

Veronica Ţucă, prof. Alexandria

Soluţie: **a)** $1=1$
$4=1+3$
$13=4+3^2$
$40=13+3^3$
$121=40+3^4$
……………
$x=p+3^{2008}$

$1+4+13+\ldots+p+x=1+1+4+\ldots+p+3^1+3^2+\ldots+3^{2008}$
$x=1+3^1+3^2+\ldots+3^{2008}\Rightarrow x-1=3^1+3^2+\ldots+3^{2008}$;
$x-1$ are 2008 termeni care se pot grupa câte 2, câte 4. Se observă că $3/(x-1)$.

$x-1=(3+3^2+3^3+3^4)+\ldots+(3^{2005}+3^{2006}+3^{2007}+3^{2008})=3\underbrace{\left(1+3+3^2+3^3\right)}_{40}+\ldots+3^{2005}\underbrace{\left(1+3+3^2+3^3\right)}_{40}=3\cdot40(1+\ldots+3^{2004})=$

$=120(1+\ldots+3^{2004})\,\vdots\,120$. **b)** $2(x-1)+3=2(3+3^2+3^3+\ldots+3^{2008})+3=2\cdot3+3+2\cdot3^2+2\cdot3^3+\ldots+2\cdot3^{2008}=3^2+2\cdot3^2+\ldots+2\cdot3^{2008}=$
$=3^3+\ldots+2\cdot3^{2008}=\ldots=3^{2008}+2\cdot3^{2008}=3^{2009}$; $u(3^{2009})=u(3^1)=3\Rightarrow$nu poate fi pătrat perfect.

C.R.VI.3. Aflaţi numerele naturale m, n, p prime ştiind că $m^2-mn-2009m+2009n=p$. *(8 puncte)*

Florin Benea, prof. Craiova

Soluţie: $m(m-n)-2009(m-n)=p$; $(m-n)(m-2009)=p$; $\begin{cases}m-n=p\\ m-2009=1\end{cases}$, $m=2010\Rightarrow 2010-n=p\Rightarrow p=\text{par}\Rightarrow p=2\Rightarrow n=2008$

$\begin{cases}m-n=1\\ m-2009=p\end{cases}\Rightarrow m=n+1\Rightarrow n+1-2009=p$, $n-2008=p$, $n=\text{par}\Rightarrow p=2$, $n=2010$, $m=2011$

C.R.VI.4. Dacă $n\in\mathbf{N}$, n impar, $a=2^q$, $q\in\mathbf{N}^*$ şi $k\in\mathbf{N}$, demonstraţi că fracţia:

$\dfrac{a^{3k} + a \cdot n^{2k} + a \cdot \left(n^k + a\right) + n}{n^k + a}$ este ireductibilă. *(7 puncte)*

Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr. Severin

Soluție: Presupunem că fracția este reductibilă şi alegem p număr prim astfel încât: $p \mid n^{3k}+a \cdot n^{2k}+a \cdot (n^k+a)+n$ şi $p \mid n^k+a$. Cum $n^{3k}+a \cdot n^{2k}+a \cdot (n^k+a)+n=(n^{2k}+a)(n^k+a)+n \Rightarrow p \mid n$ şi din $p \mid n^k+a \Rightarrow p \mid a \Rightarrow p$=par$\Rightarrow n$=par, fals.

C.R.VI.5. C.R.VI.5. Să se determine toate numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ divizibile cu 210 ştiind că a+b=12. *(6 puncte)*

Gh. Calafeteanu, prof. Drobeta Tr. Severin

Soluție: d=0 şi c este multiplu de 3$\Rightarrow \overline{abcd} \in \{3990, 7560, 8400\}$. Dacă $a \neq b \neq c \neq d \neq a$ avem soluția $\overline{abcd} = 7560$.

Rubrică realizată de Tanța Lugoj, prof. Drobeta Tr.Severin

Variante de teză cu subiect unic

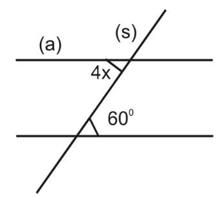
Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VI-a, Semestrul II

Propusă de: Ion Muțaru, prof. Craiova

♦ Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

4p **1. a)** Rezultatul calculului 15–20 este egal cu …..
4p **b)** Opusul numărului 7 este numărul …..
4p **c)** Cel mai mic număr întreg de trei cifre este …..
4p **2. a)** O lucrare este finalizată de 10 muncitori în 6 ore. În aceleaşi condiții, 5 muncitori ar di finalizat lucrate în …ore.
4p **b)** Într-o urnă sunt 20 bile albe şi 18 bile negre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este …
4p **c)** Produsul numerelor (–7) şi 5 este egal cu …..
4p **3. a)** Dacă perimetrul unui triunghi echilaterla este de 18 cm, atunci latura triunghiului este egală cu …..
4p **b)** Măsura unui unghi al unui triunghi echilateral este egală cu …..^{0}.
4p **c)** Un triunghi isoscel are un unghi de 100^0. Măsura unui unghi ascuțit al triunghiului este egală cu …..^{0}.
4p **4. a)** Numărul medianelor unui triunghi este egal cu …..
4p **b)** Desenați un triunghi ABC şi unghiul ABE exterior triunghiului ABC.
4p **c)** În figura alăturată dreptele a şi b sunt paralele şi dreapta (s) secantă. Valoarea lui x este …..^{0}.



SUBIECTUL II (42 puncte). Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

1. Calculați: 5p **a)** (–1)·5+14 : (–2); 5p **b)** $\left(\left|2^3 - 3^2\right| - 2\right) \cdot 2009$;
5p **c)** suma divizorilor întregi ai numărului 12.
10p **2.** Măsurile unghiurilor unui triunghi sunt invers proporționale cu numerele 2, 3 şi 6. Aflați măsurile unghiurilor triunghiului
3. În triunghiul ABC, [AD este bisectoarea ∠BAC, D∈(BC), EF este mediatoarea segmentului $[AD]$, E∈$[AD]$, F∈AC. Demonstrați că: 5p **a)** $[AF] \equiv [DF]$; 5p **b)** DF//AB; 7p **c)** pentru figură.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VI-a, Semestrul II

Propusă de: George Mărgineanu, prof. Craiova

♦ Toate subiectele sunt obligatorii ♦ Timpul efectiv de lucru este 50 min ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (60 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

5p **1. a)** Rezultatul calculului 2·3–3 este ….... 5p **b)** Rezultatul calculului (–15) : (–3) este …..
5p **c)** Rezultatul calculului –3+4 (1–2) este …..
5p **2. a)** Soluția ecuației x–3=5 este ….. 5p **b)** Soluția ecuației 3x=15 este …..
5p **c)** Soluția naturală nenulă a inecuației x+2≤3 este …..
5p **3. a)** Dacă x este număr întreg pozitiv atunci dintre numerele 3x+5x mai mare este numărul…..
5p **b)** Dacă x este număr întreg negativ atunci dintre numerele 2x şi 6x mai mare este numărul …..
5p **c)** Suma divizorilor întregi ai numărului 21 este …..
5p **4. a)** O soluție a inecuației 3(x+1)≤15 este numărul ….. 5p **b)** Una din soluțiile ecuației $|x-3|$ =5 este numărul …..
5p **c)** Cea mai mare soluție a inecuației x+8≤2 este numărul …..

SUBIECTUL II (42 puncte). Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

7p **1. a)** Un triunghi dreptunghic are un unghi cu măsura de 40^0. Aflați măsura celuilalt unghi ascuțit al triunghiului.
7p **b)** În dreprunghiul ABCD se ştie că AB=8cm şi AC=10cm. Aflați perimetrul triunghiului CDO unde O este punctul de intersecție a diagonalelor dreptunghiului.
2. Considerăm un triunghi isoscel ABC (AB=AC) în care măsura unghiului B este de două ori mai mare decât măsura unghiului A.
8p **a)** Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.
8p **b)** Dacă măsura unghiului A este de 36^0 şi notăm cu (BD bisectoarea unghiului B, demonstrați că BD=BC.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VI-a, Semestrul II

Propusă de: Dorina Răileanu, prof. Bacău

♦ *Toate subiectele sunt obligatorii* ♦ *Timpul efectiv de lucru este 50 min* ♦ *Se acordă 10 puncte din oficiu*

SUBIECTUL I (62 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

5p **1. a)** Calculând 15% din 400 se obține ….. 5p **b)** Dacă $\frac{a}{5}=\frac{6}{b}$, atunci 10 ab este egal cu …..

5p **c)** Dacă 6kg de mere costă 10,8 lei, atunci 9 kg de mere de aceeaşi calitate vor costa …..lei

5p **2. a)** Rezultatul calculului $-2-(-15):(-3)$ este egal cu …..

5p **b)** Calculând $(-3)^{201}:3^{199}$ obținem ….. 5p**c)** Cardinalul mulțimii A=$\{x\in \mathbf{Z} / (-6)$ multiplu de $x\}$ este egal cu …..

7p **3. a)** Desenați triunghiul MNP dreptunghic de ipotenuză PM.

5p **b)** Dacă distanța de la punctul A la dreapta d este de 8cm şi B este simetricul lui A față de dreapta d atunci lungimea segmentului AB este de …..cm.

5p **c)** Triunghiul ABC este echilateral cu lungimea laturii AB=10cm. Dacă AM$\perp$BC atunci MB=…..

4. Fie triunghiul isoscel ABC cu baza BC.

5p **a)** Dacă $m(\angle A)=36^0$, atunci $m(\angle B)=$…..

5p **b)** Dacă AB=4 dm şi BC=5 dm, atunci perimetrul ΔABC este egal cu …..dm.

5p **c)** Dacă AD$\perp$BC, D$\in$BC, atunci $m(\angle ADB)=$…..

SUBIECTUL II (40 puncte). Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

1. Fie numerele a, b, c invers proporționale cu numerele 0,2; 0,(3); 0,5.

5p **a)** Arătați că a=b+c 5p **b)** Aflați cât la sută reprezintă numărul c din suma numerelor a şi b.

5p **c)** Dacă $2a+b-c=8{,}8$, aflați numerele a, b, c.

5p **2. a)** Calculați: i) $-7-(2+5-16)$; ii) $(-8)\cdot(+2)-45:(-3)$; iii) $(-75):(+15)+(-4)\cdot(-2)$

5p **b)** Calculați $x\cdot(y+z-t)$ unde x este cel mai mic număr întreg de două cifre distincte, y şi z sunt două numere întregi de trei cifre cu acelaşi modul iar t este număr pozitiv prim par.

3. În triunghiul ascuțitunghic isoscel ABC cu $[AB]\equiv[AC]$ se duc $[AD]$ mediană, D$\in$BC şi înălțimea $[BE]$, E$\in$AC. Perpendiculara în B pe AB intersectează pe AD în F.

5p **a)** Faceți figura conform problemei şi stabiliți natura triunghiului BDF.

5p **b)** Să se arate că $[BF]\equiv[FC]$. 5p **c)** Demonstrați că BE//FC.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VI-a, Semestrul II

Propusă de: Mariana Benea, prof. Craiova

♦ *Toate subiectele sunt obligatorii* ♦ *Timpul efectiv de lucru este 50 min* ♦ *Se acordă 10 puncte din oficiu*

1. Calculați: $a=(-2)^3:(-4)+12:(-3)$

2. Fie $x=(-1)^n\cdot(-245)+(-1)^{n+1}\cdot(-136)+2$. Pentru ce numere naturale n, numărul $\frac{x}{3}\in\mathbf{Z}$?

3. Numerele a şi b sunt direct proporționale cu 2 şi 4, iar a+b=120. Aflați numerele a şi b.

4. Rezolvați ecuațiile: **a)** $|x-1|=3$ **b)** $3(x+2)-5=13$.

5. Un triunghi dreptunghic ABC ($m(\angle A)=90^0$) are $m(\angle B)=60^0$. Dacă M este mijlocul segmentului [BC] şi AB=6 cm, aflați lungimea segmentului [AM].

6. Un triunghi isoscel are perimetrul de 40 cm, iar lungimea unei laturi de 16 cm. Aflați lungimile celorlalte două laturi.

7. Măsurile unghiurilor A, B, C ale unui triunghi ABC sunt direct proprționale cu numerele 4, 3 şi 2. Fie AD$\perp$BC şi [AE bisectoarea unghiului $\angle$BAC.

a) Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC. **b)** Aflați măsura unghiului $\angle$DAE.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VI-a, Semestrul II

Propusă de Ramona Bălăşoiu, prof. Craiova

I.

1. Rezultatul calculului $-4^2+(-2)^3:4+50:(-10)$ este egal cu …..

2. Dacă $\frac{x}{2}=0{,}7$ atunci x este egal cu …..

3. În triunghiul ABC, măsura unghiului exterior $\angle$C este de 120^0 şi $m(\angle B)=35^0$. Calculați $m(\angle A)$.

4. Cateta care se opune unghiului de 30^0 este …..

5. Dacă 30% dintr-un număr este 27 atunci numărul este …..

6. Rezolvând în **Z** ecuația $|2x-7|=5$ obținem…..

7. Raportul măsurilor a două unghiuri complementare este 2/3. Calculați cele două unghiuri.

II.

1. Calculați: **a)** $(-14+5):(-3)$; **b)** $-2+|-3|-1\cdot(-7+5):(-2)+2^3$ **c)** $|-5-12|-26:(-2)-2009^0$.

2. Fie triunghiul ABC dreptunghic cu $m(\angle A)=90^0$, AB=4cm, $m(\angle B)=60^0$.

Rubrică realizată de Nicolae Radu, prof. Craiova

Probleme de sinteză

P.S.VII.2111. Calculați:

a) $\frac{\sqrt{12}-3\sqrt{3}}{\sqrt{6}}:\left(-\sqrt{8}\right)$.

b) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}}+...+\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{\sqrt{9900}}$;

c) $\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}-2\right)^2}$;

d) $\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}+\sqrt{6-2\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$;

e) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{2008}+\sqrt{2009}}$;

f) $\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}-3\right)\left(\sqrt{7}+3\right)+\left(2+\sqrt{6}\right)^2$

P.S.VII.2112. Calculați media aritmetică şi media geometrică a numerelor:

a) $x=\frac{\sqrt{12}+\sqrt{20}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ şi $y=\left(\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}\right)^2$

b) $x=\frac{1}{\sqrt{5}-1}-\frac{1}{\sqrt{5}+1}$ şi $y=\sqrt{2\left(3+\sqrt{8}\right)\cdot\left(6-4\sqrt{2}\right)}$.

P.S.VII.2113. Calculați:

a) $(2x-5)\cdot 3x-(3x-2)^2+2(x+3)^2-(2x+7)(2x-7)$;

b) $(x-y)^{21}+(y-x)^{21}+(a-b)^4-(b-a)^4$;

c) $(100x^5-1)(100x^5+5)-(100x^5-1)^2-6(100x^5-1)$.

P.S.VII.2114. Determinați:

a) $x^2+y^2+3x+3y$ dacă $x+y=7$ şi $xy=12$;

b) $5x^2+5y^2$ dacă $x-y=2$ şi $xy=15$;

c) xy dacă $x+y=4\sqrt{2}$ $x^2+y^2=20$;

P.S.VII.2115. Descompuneți în factori:

a) $x^2-7+x+\sqrt{7}$;

b) $9x+4y-1+12\sqrt{xy}$, $x>0$ şi $y>0$;

c) $25^n+2\cdot 5^n+1$, $n\in\mathbf{N}^*$;

d) $1-2x-3x^2$, $x\in\mathbf{R}$;

e) $(x+1)^2+2(x-7)+1$, $x\in\mathbf{R}$;

f) $(x^2+5x)(x^2+5x+6)+9$, $x\in\mathbf{R}$.

P.S.VII.2116. Fie numerele: $x=n^2-n+7$; $y=2n^2-13n$; $z=2n^2-6n+13$, unde $n\in\mathbf{N}$. Dacă $A=x+y+z$, calculați n, astfel ca $\sqrt{A}\in\mathbf{N}$.

P.S.VII.2117. Rezolvați ecuațiile:

a) $\frac{5x-1}{2}-\frac{3x-4}{3}=6$, $x\in\mathbf{R}$;

b) $\left|x^2-25\right|+\left|3x+15\right|=0$, $x\in\mathbf{R}$;

c) $x^2+y^2-6x+8y+25=0$, $x, y\in\mathbf{R}$;

d) $2(x+3)^2=5$, $x\in\mathbf{R}$.

P.S.VII.2118. Demonstrați că dacă a, b, $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ sunt numere raționale, atunci $\sqrt{a}$ şi $\sqrt{b}$ sunt numere raționale.

P.S.VII.2119. Se consideră numerele reale pozitive a_1, a_2, a_3, …, a_n astfel încât $a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot\ldots\cdot a_n=1$. Arătați că $(1+a_1)(1+a_2)\ldots(1+a_n)\geq 2^n$.

P.S.VII.2120. Aflați x şi $y\in\mathbf{R}$ dacă:

a) $5x^2-12x+4y^2-4xy+9=0$;

b) $x^2+y^2-10x+4y+29\leq 0$;

b) $\left|4x-y\right|+9x^2-6x+1=0$.

P.S.VII.2121. Determinați numerele naturale n astfel încât numărul $A=n^2+4n-21$ să fie număr prim.

P.S.VII.2122. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC, ale cărui laturi a, b, c satisfac relația:

$$a^2(a^2-2b^2-2c^2)+b^2\cdot(b^2+1)+c^2(c^2+1)+2bc(bc-1)=0$$

P.S.VII.2123. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\angle A)=90^0$, AB=9cm şi AC=12cm. Dacă (BD, $D\in(AC)$ este bisectoarea unghiului ABC şi $DM\perp BC$, $M\in(BC)$, calculați:

a) perimetrul triunghiului ABC;

b) aria triunghiului CDM;

c) distanța de la puncul M la dreapta AB.

P.S.VII.2124. În triunghiul ABC echilateral cu [AD] înălțime, se construieşte A' simetricul lui față de dreapta BC şi D' simetricul lui D față de dreapta AC.

a) Arătați că triunghiul AA'D' este dreptunghic.

b) Aflați raportul dintre aria triunghiului ABC şi aria triunghiului AA'D'.

P.S.VII.2125. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, $m(\angle A)=90^0$, [AD] este înălțime, iar E şi F sunt proiecțiile punctului D pe laturile AB şi AC. Demonstrați că:

a) EF=AD;

b) $DB\cdot DC=FA\cdot FC+EA\cdot EB$.

P.S.VII.2126. Se consideră trapezul isoscel ABCD, cu AB//DC, $AC\perp BC$, AB=25cm, BC=15cm. Calculați:

a) perimetrul şi aria trapezului ABCD;

b) $\sin\angle AMB$, unde $\{M\}=AD\cap BC$;

c) raportul dintre aria triunghiului MDC şi aria trapezului ABCD:

P.S.VII.2127. Triunghiul isoscel ABC cu AB=AC, are $m(\angle ABC)=30^0$ este înscris într-un cerc cu raza de 12cm. Calculați:

a) perimetrul şi aria triunghiului ABC;

b) lungimea razei cercului înscris în triunghiul ABC.

P.S.VII.2128. Se consideră un cerc de diametru [AB]. În A şi B se duc perpendicularele Ax, respectiv By pe AB. Printr-un punct oarecare M de pe cerc se duce tangenta la cerc, care intersectează dreapta Ax în N şi dreapta By în P.

a) Arătați că triunghiul NOP este dreptunghic, unde O este centrul cercului de diametru AB.

b) Demonstrați că, oricare am alege punctul M pe cerc, există relația: $AB^2=4AN\cdot BP$.

P.S.VII.2129. Unul dintre unghiurile unui poligon convex regulat este de 150^0.

a) Aflați câte laturi are poligonul.

b) Aflați câte diagonale are poligonul.

c) Dacă aria poligonului este egală cu $144cm^2$, calculați aria cercului circumscris acestui poligon.

Rubrică realizată de Ion Mițaru, prof. Craiova

Probleme propuse*

P.P.VII.1270. Arătați că numărul A= $\sqrt{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)+\sqrt{30}+\sqrt{42}+\sqrt{56}+\sqrt{72}+\sqrt{90}+\sqrt{110}<50$

Nicoleta Cruceru, prof. Craiova

P.P.VII. 1271. Să se arate că dacă $\frac{x\sqrt{3}+y}{y\sqrt{3}+z}\in\mathbf{Q}$, cu x, y, z$\in\mathbf{N}^*$ atunci $y^2=xz$. ***Ion Casiu, prof. Filiaşi***

P.P.VII.1272. Să se arate că oricare ar fi $x\geq-1$ are loc inegalitatea: $\sqrt{\frac{1+x}{(2+x)^2}}+\sqrt{\frac{2+x}{(3+x)^2}}+...+\sqrt{\frac{2009+x}{(2010+x)^2}}<1005$.

Aurelia Petrică, prof. Craiova

P.P.VII.1273. Să se arate că dacă $4x^2+y^2-4(\sqrt{3}x-\sqrt{2}y)+11=0$, atunci $\left(\frac{1-3\sqrt{2}}{2x}-\frac{1+2\sqrt{3}}{0{,}5y}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)=1$

Ştefan Țifui, prof. Ceahău, Neamț

P.P.VII.1274. Determinați $n\in\mathbf{N}$ ştiind că: $n=\sqrt{\overline{ab}+\overline{ba}-2a-2b}$. ***Cristian Dinu, prof. Craiova***

P.P.VII.1275. Ştiind că $8+2x^2+7y^2=6\sqrt{5}y-4\sqrt{3}x-2x^2-2y^2$, să se arate că $\left(\sqrt{3}x-\sqrt{5}y\right)\in\mathbf{Q}$.

Teodora Papoe, prof. Filiaşi

P.P.VII.1276. Dacă a, b, $c\in\mathbf{R}_+$ şi a+b+c=2010 atunci $\frac{ab}{ab+1}+\frac{bc}{bc+1}+\frac{ac}{ac+1}\leq 1005$ ***Mihaly Bencze, prof. Braşov***

P.P.VII.1277. Rezolvați în **R** ecuația: $\frac{x+1}{2}+\frac{2x+1}{3}+\frac{3x+1}{4}+...+\frac{2008x+1}{2009}=2009$. ***Costache Constantin, prof. Feteşti***

P.P.VII.1278. Să se determine cardA, unde A=$\left\{x\in\mathbf{Z}^*\ \middle|\ f=\frac{\sqrt{18-\sqrt{260}}-\sqrt{17-2\sqrt{52}}+\sqrt{54+14\sqrt{5}}}{2x^2+1}\in\mathbf{Z}\right\}$.

Ionela Popescu şi Alexander Alaa Safadu, prof. Câmpulung Muscel

P.P.VII.1279. În triunghiul ABC , A' este mijlocul laturii (BC) şi un punct oarecare P$\in$(AA'). Dacă BP$\cap$AC={E}, CP$\cap$AB={D}, BC=k$\cdot$DE şi $A_{[DPE]}=1cm^2$, se cere:

a) natura patrulaterului BCED; **b)** aria acestui patrulater în funcție de k. ***Constantin Drăghici, prof. Urziceni***

P.P.VII.1280. Fie triunghiul ABC, în care $m(\angle B)=\frac{m(\angle A)+m(\angle C)}{2}$. Bisectoarea $\angle B$ intersectează înălțimea [AE] în P. Dacă AB=12 cm, determinați lungimea segmentului [BP] şi aria triunghiului ABP. ***Ştefan Cruceru, prof. Craiova***

P.P.VII.1281. În triunghiul ABC, $m(\angle A)=60^0$ şi (AD bisectoare, D$\in$(BC). Fie E$\in$(AB) şi F$\in$(AC) astfel încât DE$\perp$EF. Să se demonstreze că AE>AF. ***Ion Nicolescu, prof. Feteşti***

P.P.VII.1282. Fie patrulaterul convex ABCD cu $[AB]\equiv[BD]\equiv[AD]$, $[BC]\equiv[DC]$, AB=6cm, BC=$2\sqrt{3}$cm. Să se demonstreze că:

a) ABCD este patrulater ortodiagonal; **b)** ABCD este patrulater inscriptibil.

Cristiana Casiu, prof. Filiaşi

P.P.VII.1283. În triunghiul ABC, mediana [AM], M$\in$(BC), este perpendiculară pe bisectoarea [BN], N$\in$(AC), iar $[AM]\cap[BN]=\{O\}$ şi $[CO]\cap[AB]=\{P\}$. Demonstrați că BCNP este trapez. ***Nicolae Halmagiu, prof. Feteşti***

P.P.VII.1284 În triunghiul isoscel ABC (AB=AC) se notează E şi M punctele de intersecție ale bisectoarei şi respectiv înălțimii din vârful B, cu latura [AC]. Să se arate că $2\cdot MC\cdot CE=\frac{BC^3}{AB+AC}$. ***Gheorghița şi Iulian Stănică, prof. Apele Vii, Dolj***

P.P.VII.1285. Fie ABCD un trapez dreptunghic, cu AB//CD, AB=24cm, CD=6cm ($m\angle A=90^0$). Dacă AC$\perp$BD calculați.

a) aria trapezului ABCD; **b)** aria triunghiului AMB unde {M}=AD$\cap$BC;

c) distanța de la O la AB unde {O}=AC$\cap$BD. ***Mirela Popescu, prof. Leşile, Dolj***

P.P.VII.1286. În triunghiul ABC bisectoarea $\angle ABC$ intersectează latura [AC] în punctul M. Paralela prin M la BC intersectează latura [AB] în N. Demonstrați că $MN=\frac{AB\cdot BC}{AB+BC}$. ***Ion Văcălău, prof. Feteşti***

P.P.VII.1287. În pătratul ABCD de latură a, fie M mijlocul lui [BC] şi P$\in$[AB] astfel încât triunghiul MPD să aibă perimetrul minim. Aflați acest perimetru. ***Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr.Severin***

P.P.VII.1288. Aflați valorile lui x, y, z astfel încât valoarea numerică a expresiei $E=x^2+y^2+z^2-6x+8y-2z+30$ să fie minimă.

Elena Grumăzescu, prof. Ceahlău, Neamț

P.P.VII.1289. În triunghiul ABC, AB=$\sqrt{19}$, $C=\sqrt{7}$, BC=6 cm. Stabiliți poziția punctelor D şi E pe BC, astfel încât ΔADE să fie echilateral. ***Elena Grumăzescu, prof. Ceahlău, Neamț***

P.P.VII.1290. Se dă triunghiul oarecare ABC şi fie M mijlocul laturii BC. Punctul N este simetricul lui A față de M iar P şi Q simetricele punctului N față de B şi respectiv BC. Să se arate că:

---

* Se primesc soluții la probleme propuse până la data 15.09. 2009. Nu se primesc soluții la P.S.

a) punctele A, P şi Q sunt coliniare; **b)** poligoanele ACBP, ANP şi QBNC sunt echivalente;
c) patrulaterul NMQC are aceeaşi aria ca şi triunghiul ABC;
d) aria triunghiului ANP este dublul ariei triunghiului ABC. ***Ştefan Ţifui, prof. Grinţieş, Neamţ***

P.P.VII.1291. a) Determinaţi elementele mulţimii M=$\{(x, y)\in\mathbf{Z}\times\mathbf{Z}/\ 2x-3y-3xy=2\}$.
b) Dacă elementele mulţimii M reprezintă coordonatele unor puncte, reprezentaţi-le într-un sistem de axe ortogonale şi calculaţi aria figurii cu vârfurile în aceste puncte. ***Mirela Marin, prof. Iaşi***

P.P.VII. 1292. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, G este centrul său de greutate, E un punct pe segmentul (AG) şi D intersecţia dreptei CE cu latura [AB]. Ştiind că AE/EG=AC/AD=3, demostraţi că unghiurile GDE şi ACD sunt congruente. ***Alina Firicel, drd.Univ. Lyon, Franţa***

Rubrică realizată de Ion Miţaru, prof. Craiova

Concursul rezolvitorilor*

C.R.VII.1. Se dă un paralelogram ABCD. Construiţi cu ajutorul unei rigle negradate mijlocul M al lui [BC]. Folosind apoi numai un echer, găsiţi un punct P∈AM şi un punct Q∈DM astfel încât să avem CP=QB. *(10 puncte)*
Nicolae Ivăşchescu, prof. Craiova

C.R.VII.2. Aflaţi numărul $\overline{abcd}$ în baza 10 şi n∈**N*** ştiind că sunt îndeplinite simultan condiţiile:

a) $\overline{abcd}+\frac{\overline{abcd}}{3}+\frac{\overline{abcd}}{3^2}+...+\frac{\overline{abcd}}{3^n}=\frac{3\left(3^n-1\right)}{2}+1$; **b)** $\sqrt{\overline{abcd}}\in\mathbf{N}$. *(9 puncte)*

Florin Benea, prof. Craiova

C.R.VII.3. Arătaţi că numărul a=$2009^{2222}-2009^{1111}+1$ este divizibil cu numărul b=2009^2-2008. *(8 puncte)*
Ion Miţaru, prof. Craiova

C.R.VII.4. În triunghiul ABC bisectoarele unghiurilor ¬ABC şi ¬ACB intersectează mediana [AM], (M∈(BC)) în punctele D, respectiv E. Ştiind că BD=CE să se demonstreze că AB=AC.. *(7 puncte)*
Gheorghe Paicu, prof.Motru, Gorj

C.R.VII.5. Dacă a, b sunt numere naturale prime între ele, arătaţi că $a^{2^{2008}}-b^{2^{2008}}$ are cel puţin 2008 divizori. *(6 puncte)*
Mihaly Bencze, prof. Braşov

Rubrică realizată de Ion Miţaru, prof. Craiova

Probleme rezolvate din Alpha nr.2/2008

P.P.VII. 1255. Fie numerele reale a, b, c cu a≥1, b≥1, c≥1. Să se arate că:
a) $a^2b^2+1\geq a^2+b^2$; **b)** ab+ac+bc≥2(a+b+c)−3. În ce caz are loc egalitatea?
Cristiana şi Ion Casiu, prof. Filiaşi

Soluţie: a) $a^2b^2+1\geq a^2+b^2\Leftrightarrow a^2b^2+1+2ab\geq a^2+b^2+2ab\Leftrightarrow(ab+1)^2\geq(a+b)^2\Leftrightarrow ab+1\geq a+b\Leftrightarrow ab+1-a-b\geq0\Leftrightarrow(a-a)(b-1)\Leftrightarrow0$ (A) pentru că a≥1 şi b≥1. Egalitate avem pentru a=1 sau b=1. **b)** Folosind ab+1≥a+b (din a)⇒ac+1≥a+c şi bc+1≥b+c. Prin adunarea celor tre inegalităţi⇒ab+ac+bc+3≥2a+2b+2c⇔ab+ac+bc≥2(a+b+c)−3. Egalitate există dacă două dintre numerele a, b, c sunt egale cu 1.

P.P.VII.1258. Arătaţi că $3^{\sqrt{6}}<16$. ***Constantin Ştefan, prof. Craiova***

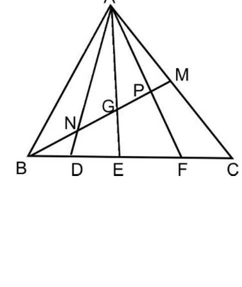
Soluţie: Deoarece $\sqrt{6}<\sqrt{6,25}$ =2,5 şi 3 >1⇒ $3^{\sqrt{6}}<3^{2,5}=\sqrt{3^5}=\sqrt{243}<\sqrt{256}<16\Rightarrow3^{\sqrt{6}}<16$.

P.P.VII.1262. Fie numerele: 1; 3; 5; ...; 101. Să se arate că printre oricare 18 numere dintre acestea există 2 prime între ele. ***Felician Preda, prof. Craiova***
Constantin Preda, prof. Afumaţi, Dolj

Soluţie: Oricare trei numere impare consecutive sunt prime între ele două câte două. (fiind între ele o diferenţă de 2 sau 4 am putea avea ca divizor comun pe 2 sau 4, dar ele sunt impare). Împărţim cel 51 de numere în 17 grupe de câte trei numere impare consecutive: {1, 3, 5}; {5, 7, 9}, ..., {97, 99, 1001}. Printre cele 18 numere alese la întâmplare vor fi două din aceeaşi grupă, care evident vor fi prime între ele.

P.P.VII.1264. În triunghiul ABC. Notăm cu M mijlocul laturii [AC] şi cu D, E, F trei puncte situate pe latura BC astfel încât [BD]≡[DE]≡[EF] ≡[FC]. Segmentul [BM] intersectează segmentele [AD], [AE], [AF] în punctele N, G şi respectiv P. Demonstraţi că: $\frac{ND}{AD}\cdot\frac{GE}{AE}\cdot\frac{PF}{AF}=\frac{1}{35}$. ***George Mărgineanu, prof. Craiova***

Soluţie: Din D, E, F∈[BC] şi $[BD]\equiv[DE]\equiv[EF]\equiv[FC]\Rightarrow[AE]$ mediană, dar [AM] mediană în ΔABC (din ipoteză) şi AE∩BM={G}⇒G este centrul de greutate al triunghiului ABC⇒ $\frac{GE}{AE}=\frac{1}{3}$ (1). Aplicând teorema lui Menelaus în triunghiul ADC⇒ $\frac{AM}{MC}\cdot\frac{BC}{BD}\cdot\frac{ND}{AN}=1$ dar AM=MC şi



* Se primesc soluţii la Concursul rezolvitorilor până la data de 15.09.2009.

$\frac{BC}{BD}=4\Rightarrow\frac{ND}{AN}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{ND}{AN+ND}=\frac{1}{1+4}\Rightarrow\frac{ND}{AD}=\frac{1}{5}$ (2).Aplicând teorema lui Menelaus în $\Delta AFC\Rightarrow\frac{AM}{MC}\cdot\frac{BC}{BF}\cdot\frac{PF}{AP}=1$ dar $\frac{BC}{BF}=\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{PF}{AP}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{PF}{AF}=\frac{3}{7}$ (3). Din (1), (2) şi (3)$\Rightarrow\frac{ND}{AD}\cdot\frac{GE}{AE}\cdot\frac{PF}{AF}=\frac{1}{35}$

Rubrică realizată de Ion Miţaru, prof. Craiova

Soluţiile problemelor de la „Concursul rezolvitorilor” din Alpha nr. 2/2008

C.R.VII.1. În triunghiul dreptunghic isoscel, $m(\sphericalangle A)=90^0$ avem: O mijlocul lui [BC], AB=a, P mijlocul lui [AB], Q mijlocul lui [OC], N∈[BC]; M∈[AC] astfel încât AM=BN$\sqrt{2}$.

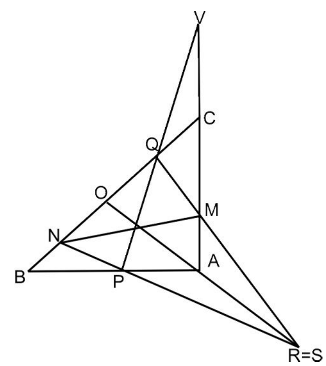
a) Să se arate că NP, OA, şi QM sunt concurente. **b)** Dacă MN∩PQ= {T}, arătaţi că T este mijlocul lui MN.

(10 puncte)

Aurel Pancu, prof. Craiova

Observaţie: Dintr-o eroare de scriere această problemă a fost publicată greşit. Enunţul de mai sus este cel corect.

Soluţie: În triunghiul AOB, considerăm transversala NR, unde $\{R\}=NB\cap OA\overset{\text{t.Menelaus}}{\Rightarrow}\frac{RO}{RA}\cdot\frac{PA}{PB}\cdot\frac{NB}{NO}=1$, dar



$\frac{PA}{PB}=1\Rightarrow\frac{RO}{RA}=\frac{NO}{PB}\Rightarrow\frac{RO}{RA}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}-BN}{BN}=\frac{a\sqrt{2}-2BN}{2BN}$ (1) pentru că OB$=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

În triunghiul AOC, considerăm transversala QS unde $\{S\}=QM\cap OA\overset{\text{t.Menelaus}}{\Rightarrow}\frac{SO}{SA}\cdot\frac{MA}{MC}\cdot\frac{QC}{QO}=1$,

dar $\frac{QC}{QO}=1\Rightarrow\frac{SO}{SA}=\frac{MC}{MA}\Rightarrow\frac{SO}{SA}=\frac{a-AM}{AM}$, dar $AM=BN\sqrt{2}\Rightarrow\frac{SO}{SA}=\frac{a\sqrt{2}-2BN}{2BN}$ (2).

Din (1) şi (2)⇒Ra=SA⇒R=S⇒MP, OA şi QM sunt concurente. **b)** În triunghiul ABC, $PQ\cap AC=\{V\}\overset{\text{t.Menelaus}}{\Rightarrow}\frac{VA}{VC}\cdot\frac{QC}{QB}\cdot\frac{PA}{PB}=1$, dar $\frac{PA}{PB}=1$ şi $\frac{QC}{QB}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{VA}{VC}=3\Rightarrow VC=\frac{AC}{2}\Rightarrow VC=\frac{a}{2}$ (3). În ΔMNC, transversala TV $\overset{\text{t.Menelaus}}{\Rightarrow}\frac{TM}{TN}\cdot\frac{QN}{QC}\cdot\frac{VC}{VM}=1\Rightarrow\frac{TM}{TN}\cdot\frac{QN}{QC}=\frac{VM}{VC}$ (4). Dar

$$\frac{VM}{VC}=\frac{VC+CM}{VC}=1+\frac{CM}{VC}\overset{cu(3)}{\Rightarrow}\frac{VM}{VC}=1+\frac{a-BN\sqrt{2}}{\frac{a}{2}}=3-\frac{2\sqrt{2}BN}{a}\quad(5)$$

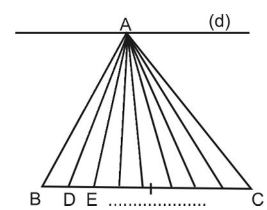
$$\frac{QN}{QC}=\frac{QO+ON}{QC}=1+\frac{ON}{QC}=1+\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}-BN}{\frac{a\sqrt{2}}{2}}=1+\frac{2a\sqrt{2}-4BN}{a\sqrt{2}}=1+\frac{2a-2BN\sqrt{2}}{a}=3-\frac{2\sqrt{2}BN}{a}\quad(6).$$ Din (5) şi (6)⇒

$\Rightarrow\frac{VM}{VC}=\frac{QN}{QC}\overset{cu\ (4)}{\Rightarrow}\frac{TM}{TN}=1\Rightarrow$ T este mijlocul lui [MN].

C.R.VII.2. Se consideră triunghiul ABC în care d||BC, A∈d. Folosind doar o riglă negradată împărţiţi triunghiul ABC în trei triunghiuri care au ariile direct proporţionale cu numerele 1; 2; 5. *(9 puncte)*

Nicolae Ivăşchescu, prof. Craiova

Soluţie: Cele trei triunghiuri au aceeşi înălţime, deci bazele trebuie să fie direct proporţionale cu numerele 1, 2, 5. Împărţim [BC] în 1+2+5=8 (părţi egale). Luăm BD$=\frac{1}{8}BC$, DE$=\frac{2}{8}BC, EC=\frac{5}{8}$. Cum împărţim [BC] în opt părţi egale folosind rigla negradată? Se împarte [BC] în două părţi egale, apoi fiecare jumătate în două părţi egale şi apoi fiecare sfert în două părţi egale. Pentru a împărţi [BC] în două părţi egale folosind rigla negradată procedăm astfel: luăm M, N∈d, MN<BC, construim cu ajutorul riglei negradate dreptele BM şi CN, notăm BM∩CN={Q}, construim MC şi BN, notăm MC∩BN={P}. Construim cu rigla negradată drepata QP, aceasta va intersecta pe [BC] în mijlocul său pe care îl notăm cu T. Analog vom proceda pentru a împărţi fiecare jumătate în două părţi egale ş.a.m.d.



C.R.VII.3. C.R.VII.3. Se consideră numărul $a=5^{2008^n}$, n∈**N***. Aflaţi restul împărţirii numărului a la 31. *(8 puncte)*

Ion Mițaru, prof. Craiova

Soluție: $a=5^{2008^n}=5^{(2007+1)^n}=5^{(3\cdot 669+1)^n}=5^{3k+1}$ unde $k\in\mathbf{N}\Rightarrow a=(5^3)^k\cdot 5=(125)^k\cdot 5=(31\cdot 4+1)^k\cdot 5=(M_{31}+1)\cdot 5=M_{31}+5$. Deci restul împărțirii lui a la 31 este 5.

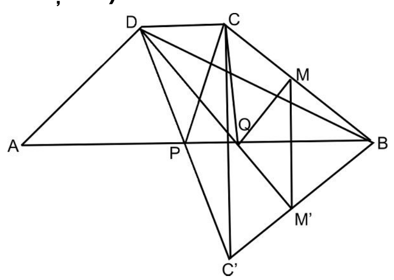
C.R.VII.4. Fie ABCD un trapez isoscel AB//CD şi AB>CD, M=mijlocul [BC].

a) Arătați că dacă $P\in[AB]$ astfel încât DP+PC=minim, atunci P este mijlocul lui [AB].

b) Dacă în plus $Q\in[AB]$ astfel încât DQ+QM este minim, arătați că DCQP este paralelogram dacă şi numai dacă AB=6DC. *(7 puncte)*

Mariana Benea, prof.Craiova

Soluție: a) Construim C' simetricul lui C față de $AB\Rightarrow[CP]\equiv[C'P]\Rightarrow$ DP+PC=DP+PC' este minim atunci când D, P, C' sunt coliniare. $[BC']$ şi $[BC]$ simetrice față de $AB\Rightarrow[BC']\equiv[BC]$ şi $\angle CBP\equiv\angle C'BP$,



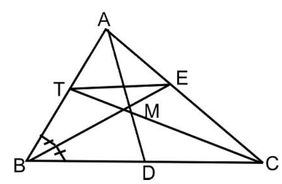
dar $[AD]\equiv[BC]$ şi $\angle DAP\equiv\angle CBP\Rightarrow AD\overset{//}{=}B'C\Rightarrow$ADBC' paralelogram de centru P⇒P mijlocul lui [AB]. **b)** Construim M' simetricul lui M față de AB⇒DQ+QM=DQ+QM' este minim atunci când D, Q, M sunt coliniare şi M'⇒BC', M' mijlocului lui [BC'] şi Q centrul de greutate $[DM']$ şi $[BP]$ mediane în triunghiul BDC' şi Q centrul de greutate⇒

$PQ=\frac{BP}{3}$, dar $BP=\frac{AB}{2}\Rightarrow PQ=\frac{AB}{6}\Rightarrow$AB=6PQ⇒ΔCQP paralelogram⇔PQ=DC ⇔ AB= 6DC.

C.R.VII.5. C.R.VII.5. În triunghiul ABC mediana [AD], $D\in(BC)$ şi bisectoarea [BE, $E\in(AC)$ se intersectează în M. Dreapta CM intersectează latura (AB) în T. Să se arate că: $\frac{BC}{ET}-\frac{ET}{AT}=1$. *(6 puncte)*

Nicoleta Daniela Mărinică, prof. Greceşti Dolj

Soluție: În triunghiul ABC dreptele AD, BE, CT sunt concurente în M (din ipoteză) $\overset{t.Ceva}{\Rightarrow}\frac{TA}{TB}\cdot\frac{DB}{DC}\cdot\frac{EC}{EA}=1$, dar DB=DC⇒



$\Rightarrow\frac{AT}{TB}=\frac{AE}{CE}\overset{R.t.Thales}{\Rightarrow}TE\,//\,BC\overset{t.f.a}{\Rightarrow}\Delta ATE\sim\Delta ABC\Rightarrow\frac{BC}{TE}=\frac{AB}{AT}=\frac{AE}{AC}$ (1). Din TE//BC⇒∠TEB≡∠EBC, dar ∠TBE≡∠EBC ((BE bisectoarea ∠ABC)⇒ ∠TBE≡∠TEB⇒TE=TB (29. Din (1) şi (2)⇒$\frac{BC}{ET}-\frac{ET}{AT}=\frac{AB}{AT}-\frac{TB}{AT}=\frac{AB-TB}{AT}=\frac{AT}{AT}=1$

Rubrică realizată de Ion Mițaru, prof. Craiova

Variante de teză cu subiect unic

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VII-a, Semestrul al II-lea

Propusă de: Ramona Bălăşoiu, prof. Craiova

• Toate subiectele sunt obligatorii • Timpul efectiv de lucru este de 2 ore • Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (50 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

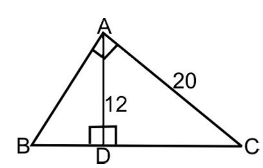
4p **1.a)** Rezultatul calculului: $\sqrt{2-\frac{2}{9}}$ este….. 4p **b)** Soluția sistemului: $\begin{cases}x+y=3\\x-y=1\end{cases}$ este …..

4p **c)** Numerele întregi care verifică ecuația $x^2=81$ sunt: …..

4p **2.a)** Rezultatul calculului $x(x+2)-x^2$ este …..

4p **b)** Soluția ecuației $x+\sqrt{3}=2x-2\sqrt{3}$ este .....

4p **c)** Descompuneți în factori expresia: $2x^2+7x-4$.



3. În triunghiul ABC, m(¬A)=90°; AD⊥BC; AC=20cm, AD=12cm. Calculați:

4p **a)** lungimea lui DC; 5p **b)** lungimea lui BC; 5p **c)** lungimea lui AB

4. Trapezul ABCD are bazele AB=36cm; CD=12cm, iar laturile neparalele AD=20cm; BC=25cm. Dacă AD∩BC={P}. Calculați:

4p **a)** PA; 4p **b)** PB; 4p **c)** $P_{\Delta PCD}$.

SUBIECTUL II (40 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

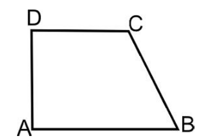
5p **1. a)** $\frac{x}{\sqrt{18}}=\frac{2}{3}$ 5p **b)** Descompuneți în factori: $3x^2+2\sqrt{6}x+2$.

5p **c)** Calculați: $\left(\sqrt{13-4\sqrt{3}}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+1\right)$

5p **2. a)** Media geometrică a 2 numere este 6, aflați numerele ştiind că unul dintre ele este de 4 ori mai mare decât celălalt.

5p **b)** Rezolvați ecuația: $m(mx-2)=9(x-1)+m$; $m\neq 3$.

5p **c)** Aflați numerele x, y, $z\in\mathbf{N}$ ştiind că: $\frac{5}{x+y}=\frac{10}{y+z}=\frac{15}{x+z}$ şi $(x+y)(y+z)(x+z)=6$.



3. Fie ΔABC, BC=15cm şi $\sin\sphericalangle B=\frac{3}{5}$. Calculați:

5p **a)** lungimea lui AC; 2,5p **b)** lungimea lui AB; 2,5p **c)** aria ΔABC.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VII-a, Semestrul al II-lea

Propusă de: Cristiana Casiu, prof. Filiaşi

• Toate subiectele sunt obligatorii • Timpul efectiv de lucru este de 2 ore • Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (50 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

4p **1.a)** Dintre numerele $-3\sqrt{2}$ şi $-2\sqrt{5}$ mai mic este ….. 4p **b)** Rezultatul calculului $5\sqrt{2}-\sqrt{50}$ este egal cu …..

4p **c)** Media geometrică a numerelor $2\sqrt{3}$ şi $6\sqrt{3}$ este egală cu …..

4p **2.a)** Calculând $(x-2)^2$ obținem ….. 4p **b)** Descompunerea în factori a lui x^2-9 este …..

4p **c)** Numărul întreg negativ x pentru care $x^2=25$ este …..

6p **3.a)** Desenați un patrulater convex cu diagonalele perpendiculare.

4p **b)** Sinusul unui unghi cu măsura de 30^0 este egală cu…..

4p **c)** Diagonala unui pătrat cu latura de 10cm este egală cu …..cm.

4. În triunghiul ABC dreptunghic în A avem AB=6cm şi $m(\sphericalangle C)=30^0$.

4p **a)** Lungimea ipotenuzei [BC] este egală cu …..cm. 4p **b)** Aria triunghiului ABC este egală cu …..cm^2.

4p **c)** $\cos(\sphericalangle B)$ este egal cu …..

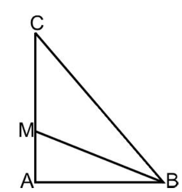
SUBIECTUL II (40 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

5p **1.a)** Rezolvați ecuația $|x+5|=7$. 5p **b)** Calculați: $(2x+3)^2-(2x+1)(2x-1)-(10+12x)$.

2. Fie expresia $E(x)=(x+2)^2+3x^2+12x+12$

5p **a)** Arătați că $(x+2)(3x+14)=3x^2+12x+12$ 5p **b)** Arătați că E(x) este pătrat perfect oricare ar fi $x\in\mathbf{R}$.

3. Fie triunghiul ABC, $m(\sphericalangle A)=90^0$, AB=6cm, AC=8cm, [BM bisectoarea unghiului B, $M\in[AC]$, MP//BC, $P\in[AB]$.



5p **a)** Să se completeze figura cu segmentul [MP]. 5p **b)** Calculați perimetrul şi aria triunghiului ABC.

5p **c)** Arătați că $\frac{AP}{PB}=\frac{AB}{BC}$. 5p **d)** Calculați aria patrulaterului MPBA.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VII-a, Semestrul al II-lea

Propusă de: Ion Casiu, prof. Filiaşi

• Toate subiectele sunt obligatorii • Timpul efectiv de lucru este de 2 ore • Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (50 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Se dau numerele: $a=3+\sqrt{5}$ şi $b=3-\sqrt{5}$.

4p **a)** Media lor aritmetică este egală cu ….. 4p **b)** Media lor geometrică este egală cu …..

4p **c)** Media lor armonică este egală cu …..

4p **2.a)** Calculând $(3\sqrt{2}-3)(3\sqrt{2}+3)$ obținem …. 4p **b)** Adunând la 12 sfertul său obținem …..

4p **c)** Soluția ecuației $\sqrt{x-3}=2$ este egală cu …..

6p **3.a)** Desenați un paralelogram.

4p **b)** Mediana dusă din vârful unghiului drept al unui triunghi dreptunghic cu ipotenuza de 28 cm este egală cu…cm.

4p **c)** Aria unui triunghi dreptunghic isoscel cu ipotenuza de $10\sqrt{2}$ este egală cu...cm^2.

4. Dreptunghiul ABCD are diagonala AC=20cm şi AB=16cm.

4p **a)** Lungimea laturii [AD] este egală cu …..cm.

4p **b)** Perimetrul dreptunghiului este egal cu …..cm.

4p **c)** Aria dreptunghiului este egală cu …..cm^2.

SUBIECTUL II (40 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

1. Se dă expresia $E(x)=(x+3)^2+2(x^2+x-6)+(x-2)^2$

5p **a)** Să se arate că $x^2+x-6=(x+3)(x-2)$ 5p **b)** Să se arate că $E(x)\geq 0$ oricare ar fi x număr real.

5p **c)** Dacă $x-\frac{1}{x}=5$, calculați $x^2+\frac{1}{x^2}$.

5p **2.a)** Ştiind că x+y=15 şi xy=36 aflați x^2+y^2. 5p **b)** Arătați că numărul $\sqrt{1+3+5+...+2009}$ este natural.

3. Se dă trapezul dreptunghic ABCD cu AB//CD, $AC\cap BD=\{0\}$, AB=18cm, DC=6cm, $AC=4\sqrt{7}$ cm, BD=20cm.

5p **a)** Să se completeze desenul cu diagonalele [AC] şi [BD] şi punctul O.

5p **b)** Să se calculeze perimetrele triunghiurilor AOB şi DOC.

5p **c)** Să se calculeze aria trapezului ABCD: 5p **d)** Să se calculeze perimetrul trapezului ABCD.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VII-a, Semestrul al II-lea

Propusă de: Nadia Mazilu, prof. SAM Valea Staciului

• Toate subiectele sunt obligatorii • Timpul efectiv de lucru este de 2 ore • Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (50 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

4p **1. a)** Rezultatul calculului $2\sqrt{7}+5\sqrt{7}-\sqrt{343}$ este...

4p **b)** Forma descompusă a expresiei algerice x^2-14 este …

4p **c)** Media geometrică a umerelor $7-2\sqrt{6}$ şi $7+2\sqrt{6}$ este …

4p **2. a)** Forma descompusă a expresiei algebrice $16x^2-24x+9$ este egală cu …

4p **b)** Rezultatul calculului $\left(x-\sqrt{2}\right)^2$ este egal cu … 4p **c)** Soluțiile inecuației $x+1<2x-5$ în **N** este $x\in\{\ldots\}$

4p **3. a)** Desenați un triunghi dreptunghic isoscel.

4p **b)** Latura unui pătrat cu aria egală cu $64cm^2$ este egală cu …cm.

4p **c)** Dacă un triunghi dreptunghic are catetele de 2cm şi respectiv $2\sqrt{3}$ atunci lungimea ipotenuzei este …cm.

4. Fie triunghiul ABC, M∈(AB şi N∈(AC astfel încât MN//BC, $\frac{AB}{AM}=\frac{1}{2}$ şi AN=6.

6p **a)** Lungimea lui AC este … cm. 4p **b)** Lungimea CN este … cm.

4p **c)** Perimetrul tirunghiului AMN este egal cu …cm.

SUBIECTUL II(40 puncte). Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

1. Dintr-un grup de copii $\frac{2}{5}$ se duc în tabără la mare, $\frac{3}{10}$ din grup se duc la munte în tabără, $\frac{1}{4}$ din grup merg la bunici iar restul de 3 copii rămân acasă.

5p **a)** Din câți copii este format grupul? 5p **b)**Câți copii merg la munte, câți la mare şi câți la bunici?

5p **2. a)** Dacă $a+\frac{1}{a}=3$, să se verifice dacă $a^4+\frac{1}{a^4}=47$. 5p **b)** Arătați că n este rațional, n= $\sqrt{11+4\sqrt{7}}+\sqrt{16+6\sqrt{7}}$

3. În trapezul ABCD (AB//CD şi $m(\sphericalangle A)=m(\sphericalangle D)=90^0$), diagonala AC este perpendiculară pe latura BC. Ştiind că AB=24cm şi $m(\sphericalangle B)=60^0$, aflați:

5p **a)** realizați desenul corespunzător datelor problemei; 5p **b)** lungimile diagonalelor AC şi BD;

5p **c)** perimetrul şi aria trapezului;

5p **d)** dacă E este punctul de intersecție al laturilor neparalele ale trapezului ABCD, să se afle distanța de la E la dreapta AB.

Teză cu subiect unic la matematică
Clasa a VII-a, Semestrul al II-lea

Propusă de: Mariana Benea, prof. Craiova

• Toate subiectele sunt obligatorii • Timpul efectiv de lucru este de 2 ore • Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (50 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

4p **1. a)** Rădăcina pătrată a numărului 324 este numărul ….. 4p **b)** Pătratul numărului 17 este numărul …..

4p **c)** Dintre numerele $\sqrt{289}$ şi 18 mai mare este …..

2. Fie x, y∈**R** astfel încât x=2–y.

4p **a)** Valoarea numerică a numărului $(x+y)^2$ este .. 4p **b)** Valoarea numerică a numărului $x^2+2xy+y^2+x+y$ este .

3p **c)** Valoarea numerică a numărului $(x+y)^2-2(x+y)$ este …..

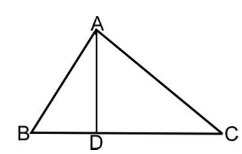
3. În figura alăturată △ABC este dreptunghic în A şi AD⊥BC. AD=12cm şi BC=4cm.

5p **a)** Lungimea segmentului [DC] este …..cm.

4p **b)** Lungimea catetei [AB] este …..cm. 4p **c)** Lungimea catetei [AC] este …..cm.

4p **4. a)** Soluția ecuației 2(x–1)=4 este ….. 4p **b)** Soluția ecuației $\sqrt{3}(x-1)=6\sqrt{3}$ este..

5p **c)** Soluția ecuație $\sqrt{2}(x+1)=4+\sqrt{2}$ este …..



SUBIECTUL II(40 puncte). Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete

4p **1. a)** Restrângeți x^2-4x+4. 4p **b)** Arătați că $x^2-4x+5>0$, ∀x∈**R**.

4p **c)** Aflați x, y∈**R** astfel încât $x^2-4x+y^2+6y+13=0$.

2. Fie $A=\frac{(x-y)^2-(x+y)^2}{4}$, x, y∈**R**.

4p **a)** Arătați că A=xy. 4p **b)** Aflați valoarea numerică a numărului A pentru x= $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ şi $y=\sqrt{7}+4\sqrt{3}$.

3. Fie ABCD un trapez isoscel AB//CD, AB>CD, AB=$20\sqrt{2}$ şi AC=$10\sqrt{6}$ cm.

5p **a)** Arătați că △ABC este dreptunghic în C. 5p **b)** Aflați DC.

5p **c)** Aflați aria trapezului ABCD. 5p **d)** Aflați aria triunghiului MAB unde $AD\cap BC=\{M\}$.

Rubrică realizată de Ion Mițaru, prof. Craiova

Probleme de sinteză

P.S.VIII.2136. Fie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$ unde $a, b\in\mathbf{R}$.
a) Calculați valorile numerelor a și b știind că $f(2)=6$ și $f(3)=8$.
c) Pentru $a=2$ și $b=2$ reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe perpendiculare xOy.

P.S.VIII.2137. Fie $E(x)=\left(\frac{x-6}{x^2-25}-\frac{x}{5-x}-\frac{2}{x+5}\right):\frac{2x^2+x-6}{x^2-25}$ unde $x\in\mathbf{R}-\left\{-5;-2;\frac{3}{2};5\right\}$

a) Arătați că $(x+2)(2x-3)=2x^2+x-6$. **b)** Arătați că $E(x)=\frac{x+2}{2x-3}$.
c) Aflați valorile întregi ale lui a, pentru care $E(x)\in\mathbf{Z}$.

P.S.VIII.2138. Fie m un număr real și ecuația: $mx^2+(2m-1)x+m=0$ unde $x\in\mathbf{R}$.
a) Aflați mulțimea soluțiilor ecuației pentru $m=0$.
b) Aflați mulțimea soluțiilor ecuației pentru $m=-2$.
c) Pentru ce valori ale numărului m ecuația are două soluții diferite?.

P.S.VIII.2139. Considerăm funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=5-3x$ și $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=2x-5$.
a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy.
b) Calculați aria cuprinsă între axa ordonatelor lor și reprezentările grafice ale funcțiilor f și g.
c) Calculați valoarea sumei $s=g(3)+g(4)+g(5)+\ldots+g(102)$.

P.S.VIII.2140. Punctele $A(-1; 4)$ și $B(2; -5)$ aparțin reprezentării grafice a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$
a) Calculați valorile numerelor a și b.
b) Determinați aria triunghiului format de dreapta care reprezintă graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-3x+1$ și axele de coordonate Ox și Oy.
c) Punctul $P(m^2; m-3)$ aparține graficului funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-3x+1$. Calculați valorile numărului real m.

P.S.VIII.2141. Fie $F(x)=\left(\frac{2x^2-7x-17}{x^2-10x+21}-\frac{x+1}{x-7}\right):\frac{1}{x^2-9}$ unde $x\in\mathbf{R}-\{-3; 3; 7\}$
a) Arătați că $x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$. **b)** Arătați că $F(x)=(x+2)(x+3)$.
c) Arătați că F(a) este număr par pentru orice $a\in\mathbf{N}-\{3; 7\}$.

P.S.VIII.2142. fie expresia $E(x)=\left[\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2+1+\frac{2x-4}{x+2}\right]\cdot\frac{x+2}{2x}$ unde $x\in\mathbf{R}-\{-2; 0\}$
a) Arătați că $E(x)=\frac{2x}{x+2}$.
b) Verificați dacă există numere naturale n diferite de zero, pentru care $\frac{1}{n}\cdot E(n)$ este număr întreg.
c) Determinați numerele întregi x pentru care $E(x)\in\mathbf{Z}$.

P.S.VIII.2143. **a)** Rezolvați ecuația $x^2-4x+3=0$
b) Arătați că valoarea raportului $\frac{n^2+4n+3}{n+3}$ este număr natural oricare ar fi n număr natural.
c) Arătați că $\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2\cdot\frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+3}:\frac{x^2+4x+4}{x^2-9}=\frac{x-1}{x+1}$ oricare ar fi $x\in\mathbf{R}-\{-3; -2; -1; 3\}$.

P.S.VIII.2144. **a)** Rezolvați în numere reale ecuația $x^2-10x+25=0$
b) Arătați că numărul $p=y^2+4y+5$ este pozitiv pentru orice $y\in\mathbf{R}$.
c) Determinați cea mai mică valoare a numărului $A=\sqrt{x^2-10x+29}+\sqrt{y^2+4y+5}$ și pentru ce numere reale x și y se obține acest minim.

P.S.VIII.2145. Fie expresia $E(x)=ax^2+bx+c$ unde $a, b, c\in\mathbf{R}$ și $a\neq 0$.
a) Pentru $a=3$, $b=-4$ și $c=1$, rezolvați $E(x)=0$
b) Pentru $a=b=1$ și $c=-1$, rezolvați ecuația $\left|E(x)-x^2\right|+\left|E(x)-x\right|=0$
c) Pentru $a=b$ și $c=5$ determinați valoarea minimă a lui E(x).

P.S.VIII.2146. Paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' are $AA'=8\sqrt{2}$ cm, $BC=8\sqrt{7}$ cm. Aria patrulaterului ABC'D' este 192cm^2.
a) Arătați că AB=8.
b) Calculați valoarea tangentei unghiului format de dreptele A'C și AD.
c) Calculați distanța de la D la planul (A'BC).

P.S.VIII.2147. SABC este o piramidă triunghiulară regulată de bază ABC. Punctul M este mijlocul muchiei BC, măsura unghiului dintre dreptele SM și SA este egală cu 90^0 și $SA=6\sqrt{2}$ cm.
a) Arătați că triunghiul SAC este dreptunghic. **b)** Calculați volumul piramidei SABC.

c) Fie punctele A' şi B' mijloacele muchiilor SA respectiv SB iar P şi Q proiecțiile punctelor A' şi B' pe planul (ABC). Calculați aria triunghiului CPQ.

P.S.VIII.2148. Piramida patrulateră regulată SPACE are baza PACE iar muchia bazei PA=12cm. Înălțimea SO=6cm.

a) Calculați volumul piramidei SPACE.

b) Ştiind că punctul M este mijlocul muchiei SP, arătați că dreapta MO este paralelă cu planul (SEC).

c) Calculați măsura unghiului determinat de planele (SPC) şi (SAC).

P.S.VIII.2149. Prisma ABCA'B'C' cu bază triunghiul ABC, muchia bazei AB=4cm şi aria laterală egală cu 72cm^2.

a) Arătați că muchia laterală a prismei este de 6cm.

b) Calculați volumul piramidei a cărui bază coincide cu una din bazele prismei, iar vârful se găseşte în centrul de greutate al celeilalte baze a prismei.

c) Calculați valoarea sinusului dintre AB' şi BC'.

P.S.VIII.2150. Prisma ABCDA'B'C'D' este dreaptă cu baza pătratul ABCD, muchia AB=6$\sqrt{2}$ cm şi înălțimea AA'=6cm. Pe diagonala AC a pătratului ABCD se iau punctele E şi F astfel încât $[AE]\equiv[CF]\equiv[AB]$.

a) Calculați aria totală a prismei. **b)** Arătați că BEDF este romb.

c) Calculați măsura unghiului dintre planele (C'CD) şi (D'DF).

P.S.VIII.2151. Un trunchi de piramidă patrulateră regulată ABCDA'B'C'D' are baza mare ABCD cu AB=8cm şi A'B'=4cm. Muchia laterală face cu planul bazei mari un unghi de 60^0.

a) Arătați că lungimea înălțimii trunchiului de piramidă patrulateră regulată este egală cu 2$\sqrt{6}$ cm.

b) Calculați aria totală a trunchiului.

c) Calculați distanța de la punctul A la planul (DCC').

P.S.VIII.2152. Într-un con circular drept perimetrul secțiunii axiale este 32cm iar cosinusul unghiului dintre o generatoare şi planul bazei este 0,6.

a) Arătați că raza bazei conului are lungimea 6cm. **b)** Calculați volumul conului.

c) Fie triunghiul BC o secțiune axială a conului în care AB=AC. Fie semidreapta [BD bisectoarea unghiului ABC cu D$\in$[AC]. Prin punctul D se duce un plan paralel cu planul bazei conului. Calculați aria laterală a trunchiului de con astel format.

P.S.VIII.2153. Punctele O şi O' sunt centrele bazelor unui cilindru circular drept şi OO'=4cm. Desfăşurarea suprafeței laterale a cilindrului este un dreptunghi care are lățimea cât generatoarea cilindrului şi lungimea 6π cm.

a) Calculați aria laterală a cilindrului.

b) Ştiind că diametrul cercului de centru O este AB=6cm, calculați valoarea sinusului unghiului AO'B.

c) În cercul de centru O se înscrie pătratul MNPQ. Calculați volumul piramidei patrulatere regulate.

P.S.VIII.2154. Un trunchi de con circular drept are secțiunea axială un trapez isoscel cu diagonalele perpendiculare. Lungimea bazei mari este 12cm iar lungimea bazei mici este 4cm.

a) Arătați că lungimea generatoarei trunchiului de con circular drept este 4$\sqrt{5}$ cm.

b) Calculați volumul conului din care provine trunchiul.

c) Calulați distanța de la centrul bazei mici a trunchiului de con la o generatoare a trunchiului de con.

P.S.VIII.2155. Punctele O şi O' sunt centrele bazelor unui cilindru circular drept. Secțiunea axială aa cilindrului este un pătrat cu latura 12cm. O sferă are raza de 6cm.

a) Arătați că aria laterală a cilindrului este egală cu aria sferei.

b) Comparați volumul sferei cu volumul cilindrului.

c) Fie P mijlocul înălțimii OO'. Calculați aria totală a corpului rămas după înlăturarea din cilindru a conului circular drept care are vârful P şi ca bază una din bazele cilindrului.

Rubrică realizată de Mariana Benea, prof. Craiova

Probleme propuse*

P.P.VIII.1258. ABCA'B'C' este o prismă triunghiulară regulată cu AB=6cm şi AA'=16cm. Fie M mijlocul muchiei [BB'].

a) Aflați tangenta unghiului dintre (AMC') şi (ABC).

b) Calculați distanța de la C la (AMC').

Mirela Popescu, prof. Leşile, Dolj

P.P.VIII.1259. Fie x, y$\in$**R** astfel încât 2<x<3 şi 1<y<2. Arătați că $x^2+xy+3y-7x+6>0$. ***Constantin Ştefan, prof. Craiova***

P.P.VIII.1260. Rezolvați în **R**₊ ecuația $[x]-\sqrt{2}-2=0$ ***Ionela Popescu şi Alexander Alaa Safadi, prof.Câmpulung Muscel***

P.P.VIII.1261. Rezolvați în **N** ecuația $\left[\frac{x+5}{6}\right]+\left[\frac{x+6}{7}\right]+\left[\frac{x+7}{5}\right]=3$. ***Victor Săceanu, prof. Drobeta Tr.Severin***

P.P.VIII.1262. Rezolvați în **R** ecuația: $\left(\frac{x+2009}{x-2009}\right)^4+\left(\frac{x-2009}{x+2009}\right)^4+6=4\left[\left(\left(\frac{x+2009}{x-2009}\right)^2+\left(\frac{x-2009}{x+2009}\right)^2\right)\right]$.

Felicia Ozunu, prof. Vulcan, Hunedoara

P.P.VIII.1263. Aflați valoarea minimă a raportului F(x)=$\frac{1963x^3-15704x+33369}{x^2-8x+17}$ şi pentru ce număr real se obține acest minim. ***Mircea Mario Stoica, prof.Arad***

---

* Se primesc soluții la probleme propuse până la data de 15.09. 2009. Nu se primesc soluții la P.S.

P.P.VIII.1264. Se dau funcțiile f:$\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, f(x)=$-\frac{1}{2}x+2$, g:[0, 3]$\to\mathbf{R}$, g(x)=$-$x+2 şi h:($-\infty$, 4]$\to\mathbf{R}$, h(x)=x$-$4. Calculați perimetrul şi aria triunghiului determinat de graficele acestor funcții.. ***Janeta Megan, prof. Orşova***

P.P.VIII.1265. o piramidă patrulateră regulată are diagonala bazei egală cu apotema iar distanța de la centrul bazei la o față laterală este $\frac{7}{2}$ cm. Aflați:

a) înălțimea piramidei; **b)** sinusul unghiului dintre două fețe laterale opuse.

. ***Ştefan Țifui, prof. Grințieş, Neanț***

P.P.VIII.1266. Determinați f:[0, ∞)$\to$[0, ∞) dacă: $f^2(x+2009)=(x+2009)^2+14(x+2002)+49$, $\forall x\in[0, \infty)$.

Cristian Dinu, prof. Craiova

P.P.VIII.1267. Piramida triunghiulară regulată SABC are latura bazei ABC, AB= $\sqrt{2}$ şi $\angle$((SAB), (SBC)=$\angle$ASC. Calculați:

a) aria totală şi volumul piramidei; **b)** sinusul unghiului determinat de o față laterală şi planul bazei.

Ion Pătraşcu, prof. Craiova

P.P.VIII.1268. Fie x, y, z, t$\in\mathbf{N}$ astfel încât $\left(\frac{x}{t}\right)^2+\left(\frac{y}{t}\right)^2+\left(\frac{z}{t}\right)^2=1$. Arătați că: $\frac{xy+yz+xz}{x+y+z+t}\in\mathbf{N}$.

Aurelia Petrică, prof. Craiova

P.P.VIII.1269. Fie ABCDA'B'C'D' un paralelipiped dreptunghic şi M$\in$(BC). Dacă AC$\perp$D'M şi DM$\cap$AB=$\{$N$\}$ arătați că C'N$\perp$AM. ***Nicolae Paraschiv, prof. Feteşti***

P.P.VIII.1270. Fie M= $\{(x, y)\in\mathbf{Z}\times\mathbf{Z} \mid 12xy-y-3xy+6=0\}$. ***Constantin Costache, prof. Feteşti***

P.P.VIII.1271. Se consideră cubul ABCDA'B'C'D' de muchie 6cm. Calculați:

a) măsura unghiului format de BD şi D'C; **b)** distanța dintre dreptele BD şi D'C. ***Ion Nicolescu, prof. Feteşti***

P.P.VIII.1272. Rezolvați în **R** ecuația: $\sqrt{x-1}+\sqrt{2(y-2)}+\sqrt{3(z-3)}=\frac{x+y+z}{2}$. ***Melania Stoiculescu, prof. Craiova***

P.P.VIII.1273. Arătați că A= $\sqrt{5+\sqrt{(n+1)(n+3)(n+5)(n+7)+16}}$ este număr natural pentru $\forall n\in\mathbf{N}$.

Nicolae Halmagiu, prof. Feteşti

P.P.VIII.1274. Fie f:$\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, f(x)=x$-$2, g:$\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, g(x)=f(f(x))+5 şi h:$\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, h(x)=3.

a) Reprezentați grafic cele trei funcții în acelaşi sistem de axe ortogonale.

b) Aflați aria figurii mărginite de graficele celor trei funcții şi axa absciselor. ***Ştefan Cruceru, prof. Craiova***

P.P.VIII.1275. ABCA'B'C' este prismă regulată, baza ABC are AB=6. Dacă BC'$\perp$A'C, aflați volumul prismei.

Olguța Tălău, prof. Craiova

P.P.VIII.1276. Determinați numerele reale m şi n pentru care ecuațiile 2x$-$(3m$-$5)y+7n$-$11=0 şi 2(x+3)+y$-$4=0 sunt echivalente. ***Ionica Fota, prof. Bacău***

P.P.VIII.1277. Se consideră numerele reale x, y care verifică relația: 2x+2y$\geq$xy+4 (1).

a) Arătați că $x^2+y^2-xy>3$ pentru x, y care îndeplinesc condiția (1).

b) Determinați minimul expresiei E(x, y)=$x^2+y^2-5xy+6x+6y-2008$. ***Doina Ficicel, prof. Calafat***

P.P.VIII.1278. ABCD este un pătrat cu AB=7cm iar M şi P două puncte situate pe (BC) respectiv (AB) astfel încât MB=4cm şi BP=3cm. Pe planul pătratului se ridică în P o perpendiculară pe care se ia punctul K, astfel ca PK=4cm. Se cere: **a)** sinusul unghiului dintre (KBC) şi (KAD);

b) demonstrați că planele (KAM) şi (KDP) sunt perpendiculare.. ***Marian Ficicel, prof. Calafat***

P.P.VIII.1279. Pe planul ΔABC echilateral se ridică perpendiculara AA'=8$\sqrt{3}$ cm, iar planele (A'BC) şi (ABC) formează un unghi de 45^0.

a) Calculați $P_{\Delta A'BC}$ şi $A_{\Delta A'BC}$. **b)** Calculați distanța de la punctul C la planul (A'BC)

Diana Coteanu, prof. Dobreşti, Dolj

P.P.VIII.1280. **a)** Aduceți expresia E(x) la forma cea mai simplă E(x)= $\left(\frac{4}{x^2-4}+\frac{x+1}{2-x}+\frac{1}{2+x}\right):\left(2x^2-8\right)^{-1}+2x^2$.

b) Calculați: E(0)+E(1)+…+E(100). ***Ion Coteanu, prof. Dobreşti, Dolj***

P.P.VIII.1281. Reprezntați grafi funcțiile: f, g:$\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, f(x)=min$\{$2x+1; x+2$\}$ şi g(x)=max$\{$3x+2; x+4$\}$.

Mihaly Bencze, prof. Braşov

P.P.VIII.1282. Considerăm în plan punctele A($-$6, 2); B(3, 2); C(1, 6) şi D($-$5, 6), arătați că ABCD este trapez isoscle.

Gh.Țucă, prof. Alexandria

Rubrică realizată de Mariana Benea, prof. Craiova